PHẦN A. MỞ ĐẦU

I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

1. Cơ sở lý luận

Mục tiêu hàng đầu của nghành giáo dục nói chung và của nghành GDĐT Bình Dương nói riêng trong những năm gần đây là đổi mới phương pháp dạy học nâng cao chất lượng giáo dục, nhằm đào tạo những con người có đầy đủ phẩm chất như: năng động, sáng tạo, tự chủ, kỷ luật nghiêm, có tính tổ chức, có ý thức suy nghĩ tìm giải pháp tối ưu khi giải quyết công việc để thích ứng với nền sản xuất tự động hóa, hiện đại hóa. Muốn đạt được điều đó, một trong những việc cần thiết phải thực hiện trong quá trình dạy học là tận dụng các phương tiện hiện đại hỗ trợ vào quá trình dạy và học trong đó có máy tính cầm tay (MTCT) nói chung và máy tính CASIO nói riêng là một trong những công cụ được sử dụng nhiều nhất và không thể thiếu trong quá trình dạy và học hiện nay.

Mặc dù máy tính cầm tay hay còn gọi là máy tính bỏ túi (MTBT) là một vật dụng rất quen thuộc đối với học sinh trung học phổ thông, có thể coi MTCT như một dụng cụ học tập của học sinh, nhưng việc sử dụng và án dụng để giải toán rất còn hạn chế, đa số các em chỉ dừng lại ở việc sử dụng những chức năng cơ bản như: cộng trừ nhân chia, giải phương trình bậc hai, bậc ba... mà chưa khai thác hết các chức năng vốn có của máy tính, chưa biết kết hợp những kiến thức cơ bản của toán học và chức năng của máy tính để xây dựng và hình thành một thuật toán đề áp dụng vào giải những dạng toán thường gặp trong chương trình Trung học phổ thông.

Từ khi MTCT ra đời, các nhà giáo dục và các nhà nghiên cứu đã quan tâm đến tác động của MTCT vào thành tích học tập của học sinh. MTCT ra đời có làm giảm các kĩ năng cơ bản của học sinh hay không? Vào thời điểm đó, các cuộc tranh luận diễn ra thường xuyên giữa các nhà giáo dục học, các giáo viên và có những ý kiến trái chiều đưa ra, có người thì ủng hộ và chấp nhập, có người thì không đồng tình vì cho rằng việc sử dụng máy tính làm giảm khả năng tư duy lôgic của học sinh.Tất nhiên mọi vấn đề đều có hai mặt tích cực và tiêu cực cũng giống như việc sử dụng máy tính vào giải toán nếu như chúng ta biết khai thác một cách khéo léo thì sẽ đem lại hiệu quả cao trong việc dạy và học.

2. Cơ sở thực tiễn

Với sự phái triển của công cụ tin học, thì máy tính cầm tay là một sản phẩm hỗ trợ rất tốt cho việc dạy và học, với những chức năng được lập trình sẵn thì máy tính có thể giải quyết hầu hết các dạng toán từ đơn giản đến phức tạp. Nhưng thực tế việc vận dụng máy tính vào giải toán của nhiều học sinh rất còn hạn chế, chưa khai thác hết những tính năng vôn có của máy tính.

Mặt khác do sự đổi mới trong quá trình kiểm tra đánh giá năng lực của học sinh mà hình thức thi cũng thay đổi từ hình thức Tự luận sang Trắc nghiệm khách quan đòi hỏi học sinh phải tích lũy một lượng lớn kiến thức và phải có kỹ năng tính toán nhanh và chính xác,có khả năng phán đoán khả năng phân tích, khả năng tổng hợp…Nhưng yếu tố này cũng thường bị hạn chế ở các đối tượng học sinh trung bình khá trở xuống. Nhưng nếu biết sử dụng máy tính một cách thành thạo sẽ phần nào khắc phục được những hạn chế đó, giúp các em đẩy nhanh tốc độ làm bài và tăng cường tính chính xác. Đồng thời việc sử dụng máy tính để giải toán trắc nghiệm cũng giúp các tự tin hơn khi lựa chọn đáp án vì việc tính toán bằng máy chính xác hơn nhiều so với tính toán bằng tay.

Qua quá trình tìm hiểu và nghiên cứu tôi đã khám phá ra một số chức năng của máy tính CASIO fx- 570ES, fx-570VN PLUS có thể giải trực tiếp một số dạng toán cơ bản trong chương trình Giải Tích 12 và khoảng 80% số lượng câu hỏi trong các đề thi thử nghiệm của Bộ giáo dục và Đào tạo, đồng thời nếu biết kết hợp một cách khéo léo giữa kiến thức toán học và những chức năng của máy tính chúng sẽ giải quyết được những câu hỏi mang tính chất phân loại năng lực của học sinh trong các đề thi thử nghiệm của Bộ giáo dục và Đào tạo đã công bố. Tôi thiết nghĩ việc hướng dẫn học sinh biết sử dụng máy tính để giải toán là một giải hữu hiệu và rất cần thiết trong bối cảnh hiện nay với hình thức thi trắc nghiệm khách quan thì hai yếu quan trọng hàng đầu đó là ‘’nhanh’’ và ‘’chính xác’’. Dựa

vào cơ sở lý luận và yêu cầu thực tiễn trên nên tôi chọn đề tài ***"Hướng dẫn học sinh 12 sử dụng máy tính* CASIO fx-570ES, fx-570VN PLUS *giải toán trắc nghiệm*-Phần Giải Tích'',** với mong muốn giúp học sinh có một tài liệu hướng dẫn chi tiết cách sử dụng máy tính cầm tay để giải một số dạng toán thường gặp để vượt qua kỳ thi tốt nghiệp trung học quốc gia sắp tới.

II. PHẠM VI VÀ ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

1. Phạm vi:

Đề tài *"Hướng dẫn học sính 12 sử dụng máy tính* CASIO fx-570ES, fx-570VN PLUS *giải toán trắc nghiệm*-Phần Giải Tích"

- Nghiên cứu các chức năng giải toán của máy tính CASIO fx-570ES, fx-570VN PLUS
- Khả năng sử dụng máy tính CASIO của học sinh vào giải toán.
- Cấu trúc của dạng đề thi trắc nghiệm môn Toán.
- Ứng dụng cho phần Giải Tích 12.

2. Đối tượng:

- Là học sinh lớp: 12A4; 12A5 trường THPT Tây Sơn năm học 2016-2017.

III. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

1. Đối với Giáo viên:

- Trên cơ sở nghiên và tìm hiểu một số chức năng của máy tính CASIO fx-570ES, fx-570VN PLUS và cấu trúc của đề thi thử nghiệm của Bộ giáo dục và Đào tạo, cũng như các dạng toán thường gặp trong chương trình giải tích 12, để tìm ra phương pháp xây dựng thuật toán và cánh thức bấm máy.
- Giáo viên áp dụng công nghệ thông tin vào quá trình giảng dạy góp phần đổi mới phương pháp dạy học nhằm nâng cao chất lượng giáo dục.

2. Đối với Học sinh:

- Giúp học hiểu biết thêm một số chức năng của máy tính cầm tay nói chung và loại máy CASIO nói riêng để từ đó vận dụng vào giải toán trắc nghiệm.
- Rèn luyện kỹ năng tính toán, khả năng tư duy biết cách tìm ra phương pháp giải toán bằng máy tính.
- Giúp học sinh đẩy nhanh tốc độ làm bài, tăng cường tính chính xác và hơn nữa biết khai thác hiệu quả thành tựu của khoa học hiện đại trong phạm vi cho phép.

IV. NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU

- Nghiên cứu chức năng giải toán của máy tính và những dạng toán mà máy tính có thể giải quyết được. Từ đó giúp học sinh vận dụng vào giải toán một cách nhuần nhuyễn.
- Rèn luyện kỹ năng giải toán trắc nghiệm.
- Đưa ra một giải pháp hữu hiệu cho học sinh trong quá trình làm bài trắc nghiệm, nhằm tiết kiệm thời gian và đạt được kết quả cao trong kỳ thi Trung học phổ Quốc gia sắp tới.
- Nhằm nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập.
- Thông qua đó có thể mở ra hướng nghiên cứu về việc sử dụng máy tính CASIO cho các chuyên đề khác.

V. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU VÀ TƯ LIỆU NGHIÊN CỨU

1. Phương pháp

- Phương pháp mô tả, đàm thoại trực tiếp đối tượng.
- Phương pháp phân tích và tổng hợp.
- Phương pháp thống kê mô tả.

2. Tài liệu nghiên cứu

- Sách giáo khoa Giải Tích 12.
- Sách hướng dẫn sử dụng máy tính CASIO fx-570ES, fx-570VN PLUS
- Đề thi học kỳ I năm học 2016-2017 của Sở GDĐT Bình Dương.
- Đề thi thử nghiệm môn toán lần 1 và lần 2 của Bộ GD và ĐT.
- Kỹ năng giảng dạy học sinh theo hình thức thi trắc nghiệm môn Toán của Ts ***Nguyễn Thái Sơn***
- Một số bài viết về cách sử dụng máy tính CASIO trên mạng Internet.

PHẦN B. NỘI DUNG

I. HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO CASIO fx 570 ES, fx 570 VN PLUS

1. Kí hiệu và chức năng các loại phím loại phím trên máy tính.

1.1 Phím chung.

Phím	Chức năng
ON	Mở máy.
SHIFT OFF	Tắt máy.
◁ △ ▽ ▷	Cho phép di chuyển con trỏ đến vị trí dữ liệu hoặc phép toán cần sửa.
0 1 … 9	Nhập các chữ số (Nhập từng số).
.	Dấu ngăn cách phần nguyên với phần thập phân của số thập phân.
+ − × ÷	Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia.
AC	Xóa hết.
DEL	Xóa kí tự vừa nhập
(−)	Dấu trừ của số âm.
CLR	Xóa mà hình.

1.2 Phím nhớ.

Phím	Chức năng
RCL	Gọi số ghi trong ô nhớ.
STO	Gán (Ghi) số vào ô nhớ.
A B C D E F X Y M	Các ô nhớ, mỗi ô nhớ này chỉ ghi được một số riêng. Riêng ô nhớ **M** thêm chức năng nhớ **M+**; **M-** gán cho.
M+ M−	Cộng thêm vào ô nhớ **M** hoặc trừ bớt ra ô nhớ **M**.

1.3 Phím đặc biệt.

Phím	Chức năng
SHIFT	Chuyển sang kênh chữ Vàng.
ALPHA	Chuyển sang kênh chữ Đỏ.
MODE	Ấn định ngay từ đầu kiểu, trạng thái, loại hình tính toán, loại đơn vị đo, dạng số biểu diễn kết quả…cần dùng.
(;)	Mở; đóng ngoặc.
EXP	Nhân với lũy thừa nguyên của 10.
π	Nhập số π.
°' ''	Nhập hoặc đọc độ, phút, giây.
DRG ▷	Chuyển đơn vị giữa độ, rađian, grad.

Rnd	Làm tròn giá trị.
nCr	Tính tổ hợp chập r của n.
nPr	Tính chỉnh hợp chập r của n.

1.4 Phím hàm.

Phím	Chức năng
sin cos tan	Tính các giá trị của sin, côsin, tang khi biết số đo của một góc, một cung.
$\sin^{-1}$ $\cos^{-1}$ $\tan^{-1}$	Tính số đo của một góc, một cung khi biết giá trị của sin, côsin, tang.
log ln $\log_{\square}\square$	Lôgarit thập phân, Lôgarit tự nhiên.
e^x 10^e	Hàm số mũ cơ số e, cơ số 10.
x^2 x^3 $x^{\square}$	Bình phương, lập phương…
$\sqrt{\square}$ $\sqrt[3]{\square}$ $\sqrt[n]{\square}$	Căn bậc 2, Căn bậc 3, căn bậc n
x^{-1}	Số nghịch đảo.
$\wedge$	Số mũ.
$x!$	Giai thừa.
%	Phần trăm.
Abs	Giá trị tuyệt đối
$a\frac{b}{c}$; $\frac{d}{c}$	Nhập hoặc đọc phân số, hỗn số, Đổi phân số ra số thập phân, hỗ số.
$CALC$	Tính giá trị của hàm số.
$SOLVE$	Dò nghiệm của phương trình.
$\frac{d}{dx}\square$	Tính đạo hàm của hàm số tại x_0.
$\int_{\square}^{\square}\square$	Tính tích phân
ENG	Chuyển sang dạng $a*10^n$
$Pol($	Đổi tọa độ Decac ra tọa độ cực
$\mathrm{Re}\,c($	Đổi tọa độ cực ra tọa độ do Decac
$Ran\#$	Nhập số ngẫu nhiên
$FACT$	Phân tích một số nguyên ra thừa số nguyên tố.

2. Các hình nhập dữ liệu

Để nhập dữ liệu (*biểu thức chứa biến hay chữ số*) từ bàn phím vào màn hình máy tính có ba hình thức nhập đó là:

- Ấn phím gọi trực tiếp dạng biểu thức (chủ yếu dùng cho các dạng biểu thức đã được ghi màu trắng trên phím).
- Ấn tổ hợp phím SHIFT và phím chỉ biểu thức tương ứng nếu dạng biểu thức được ghi màu nâu ở góc trên bên trái của phím.

- Ấn tổ hợp phím ALPHA và phím chỉ biểu thức tương ứng nếu dạng biểu thức được ghi màu đỏ ở góc trên bên phải của phím.

II. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP.

1. Các bài toán liên quan tới đạo hàm và khảo sát hàm số.

1.1 Dạng 1: Tính giá trị của hàm số, của biểu thức.

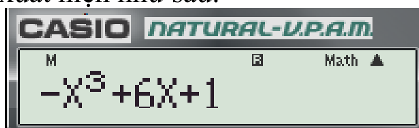
<u>Bài toán</u>: Tính giá trị của hàm số y = f(x) tại x_0
<u>Cú pháp</u>:
+ Nhập biểu thức f(x)
+ Bấm phím $\boxed{CALC}$ (Khi đó máy hỏi X?)
+ Nhập giá trị $\boxed{x_0}$
+ Bấm $\boxed{=}$

❖ **<u>Ví dụ 1:</u>** Tính giá trị của hàm số $f(x) = -x^3 + 6x + 1$ tại $x = -\sqrt{2}$.

Bước 1: Nhập biểu thức $-x^3 + 6x + 1$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$$\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{\triangleright}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}$$

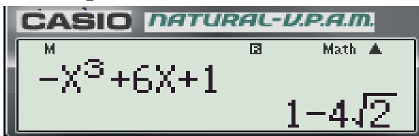
Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

Bước 3: Nhập $x = -\sqrt{2}$ bằng cách bấm các phím sau: $\boxed{-}$ $\boxed{\sqrt{\square}}$ $\boxed{2}$

Bước 4: Nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả:



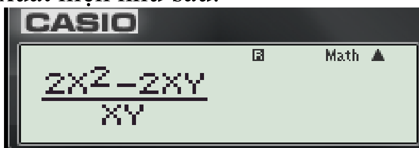
Vậy: $f(-\sqrt{2}) = 1 - 4\sqrt{2}$.

❖ **<u>Ví dụ 2:</u>** Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{2x^2 - 2xy}{xy}$ **tại** $x = \dfrac{-1}{2}; y = \dfrac{1}{2}$

Bước 1: Nhập biểu thức $\dfrac{2x^2 - 2xy}{xy}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$$\boxed{\tfrac{\square}{\square}}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{ALPHA}\boxed{S \Leftrightarrow D}\boxed{\triangledown}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{ALPHA}\boxed{S \Leftrightarrow D}$$

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



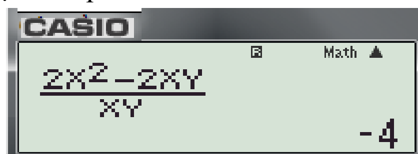
Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

Bước 3: Nhập $x = \dfrac{-1}{2}$ bằng cách bấm các phím sau: $\boxed{-}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\tfrac{\square}{\square}}$ $\boxed{2}$

Bước 4: Nhấn dấu bằng [=] máy hỏi **Y?**

Bước 5: Nhập $y=\frac{1}{2}$ bằng cách bấm các phím sau: [1][$\frac{\square}{\square}$][2]

Bước 6: Nhấn dấu bằng [=] được kết quả: -4



❖ ***Nhận xét:*** *Chức năng phím* CALC *không những giúp chúng ta tính được giá trị của hàm số, của biểu thức theo một biến, mà còn có thể tính được giá trị của hàm số, của biểu thức theo hai, ba.., biến. Do đó nếu biết kết hợp chức năng này với một số phép biến đổi toán học ta có thể giải được những câu trắc nghiệm chỉ trong vòng vài giây.*

❖ **Ví dụ 3**: cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+m.$ với giá trị nào của m, đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;1)$?

A. $m=\frac{1}{4}.$ B. $m=\frac{-7}{4}.$ C. $m=\frac{-1}{4}.$ D. $m=\frac{7}{4}.$

(Dựa theo bài tập 7 trang 44 SGK Giải Tích 12-Cơ bản)

Bài giải:

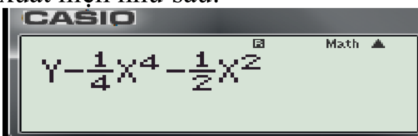
+ Phân tích:

- Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+m \Leftrightarrow m=y-\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2$ $(*)$
- Để tìm m các em chỉ cần thay $x=-1$; $y=1$ vào (*) là tìm được giá trị của m.
- Tuy nhiên nếu em nào không tự tin với khả năng tính toán của mình, đồng thời để tiết kiệm thời gian trong khi làm bài thì chúng ta sử dụng chức năng CALC *hai biến để tìm m như sau:*

Bước 1: Nhập biểu thức $y-\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[ALPHA][S ⇔ D][−][$\frac{\square}{\square}$][1][▽][4][▷][ALPHA][)][$x^{\square}$][4][▷][−][$\frac{\square}{\square}$][1][▽][2][▷][ALPHA][)][x^2]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



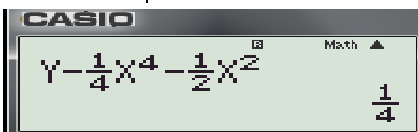
Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **Y?**

Bước 3: Nhập $y=1$ bằng cách bấm phím: [1]

Bước 4: Nhấn dấu bằng [=] máy hỏi **X?**

Bước 5: Nhập $x=-1$ bằng cách bấm các phím sau: [−][1]

Bước 6: Nhấn dấu bằng [=] được kết quả: $\frac{1}{4}$.



Vậy chọn đáp án **A**.

- **Ví dụ 4:** Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 + (m-1)x + 5$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -2?

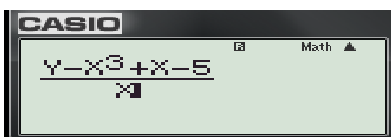
A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{-1}{2}$. C. $m = \frac{15}{2}$. D. $m = \frac{-15}{2}$.

Cách 1:

+ Nhận thấy giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là điểm $(-2;0) \Rightarrow x = -2;\ y = 0$ nên thực hiện giống như ví dụ 3 theo các bước sau:

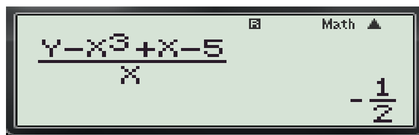
- Rút m theo x và y ta được: $m = \frac{y - x^3 + x - 5}{x}$

- Nhập biểu thức $\frac{y - x^3 + x - 5}{x}$ vào máy, màn hình xuất hiện:



-Nhấn phím CALC và nhập $y = 0$, CALC $x = -2$ (vì đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm $(-2;0)$

- Nhấn dấu [=] được kết quả: $\frac{-1}{2}$



suy ra $m = \frac{-1}{2}$. Vậy chọn đáp án B.

Lưu ý: Việc bấm máy chi tiết các em tư bấm nhe…!

Cách 2:

+ Phân tích:

- Việc rút $m = \frac{y - x^3 + x - 5}{x}$ (theo x và y) trong bài này tương đối phức tạp và mất thời gian.

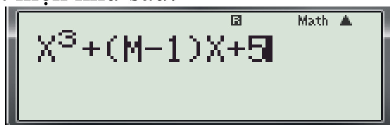
- Biết hoành độ giao điểm là $x = -2$, tung đội giao điểm là $y = 0$. Nên ta chọn giải pháp thử với $x = -2$ và giá trị của m trong từng đáp án vào biểu thức $y = x^3 + (m-1)x + 5$ nếu được $y = 0$ thì chọn giá trị của m trong phép thử đó.

+ Chi tiết các bước bấm máy như sau:

Bước 1: Nhập biểu thức $x^3 + (m-1)x + 5$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[ALPHA] [)] [$x^{\square}$] [3] [▷] [+] [(] [ALPHA] [M +] [−] [1] [)] [ALPHA] [)] [+] [5]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

Bước 3: Nhập $x = -2$ bằng cách bấm phím: [−] [2]

Bước 4: Nhấn dấu bằng [=] máy hỏi **M?**

Bước 5: Nhập $m = \frac{1}{2}$ (thử đáp án A) bằng cách bấm các phím sau: [$\frac{\square}{\square}$] [1] [▽] [2]

Bước 6: Nhấn dấu bằng [=] được kết quả: $-2 \neq 0$.

Vậy **loại** đáp án **A**.

Bước 7: Nhấn phím [CALC] và nhập $x=-2;\ m=\dfrac{-1}{2}$ (thử đáp án B), ta được kết quả: **0**.

Vậy **chọn** đáp án **B.**

1.2 Dạng 2: Tính đạo hàm tại 1 điểm.

Bài toán: Tính đạo hàm của hàm số y = f(x) tại x_0
Cú pháp:
+ Đối với fx 570 ES, fx 570 VN PLUS bấm: $\dfrac{d}{dx}\left(f(x)\right)\Big|_{x=x_0}$

❖ **Ví dụ 1:** Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=x^4-\dfrac{1}{3}x^3+x\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}+1$ tại $x_0=1$.

- Để sử dụng **CASIO fx 570 ES** và **fx 570 VN PLUS** ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Nhập biểu thức $x^4-\dfrac{1}{3}x^3+x\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}+1$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[SHIFT] [$\int_\square^\square \square$] [ALPHA] [)] [$x^\square$] [4] [▷] [–] [$\frac{\square}{\square}$] [ALPHA] [)] [$x^\square$] [3] [▽] [3] [▷] [+] [ALPHA] [)] [$\sqrt{\square}$]

[ALPHA] [)] [▷] [–] [$\frac{\square}{\square}$] [1] [▽] [ALPHA] [)] [▷] [+] [1] [▷] [1]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

Bước 2: Nhấn dấu bằng [=] được kết quả: **5.5**

Vậy $\boxed{f'(1)=5.5}$

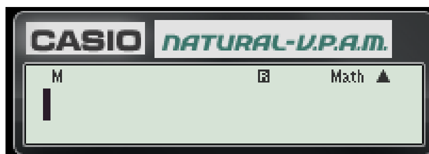
❖ **Ví dụ 2:** Đạo hàm của hàm số $y=e^{\sin x}$ tại $x=0$ có giá trị bằng:

A. 0 B. 1 C. e D. 2e

(Trích Câu 28 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

+ Các bước bấm máy.

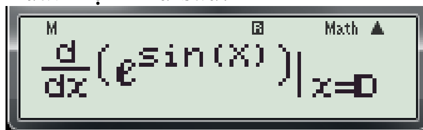
Bước 1: Chọn đơn vị tính **Radian** bằng cách bấm SHIFT MODE 4 .Khi đó màn hình máy có dạng:



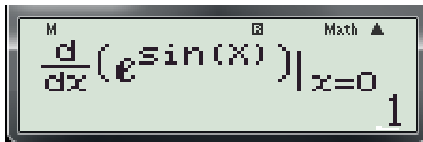
Bước 2: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(e^{\sin(X)}\right)\Big|_{x=0}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$ ALPHA $\times 10^x$ $x^{\square}$ sin ALPHA)) ▷ ▷ 0 .

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 3: Nhấn dấu bằng = được kết quả: **1**



Vậy chọn đáp án **B.**

1.3 Dạng 3: Tính đơn điệu của hàm số.

<u>Bài toán 1</u>: Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm trên K (K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng). Xét tính đơn điệu của hàm số trên K.

1 Cơ sở lý thuyết:

- Nếu $f'(x)\geq 0, \forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn thì $f(x)$ đồng biến trên K.

- Nếu $f'(x)\leq 0, \forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn thì $f(x)$ nghịch biến trên K.

2. Giải pháp: Sử dụng phương pháp loại trừ.

-Dùng chức năng $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ để tính $f'(x_0)$ với $x_0\in K$.

+ Nếu $f'(x_0)<0$ thì $f(x)$ không đồng biến trên K.

+ Nếu $f'(x_0)>0$ thì $f(x)$ không nghịch biến trên K.

❖ **Ví dụ 1:** Hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

(Trích Câu 4 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức x^3-2x^2+x+1. lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$ ALPHA) $x^{\square}$ 3 ▷ − 2 ALPHA) x^2 + ALPHA) + 1 ▷ ALPHA)

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$$\frac{d}{dx}\left(X^3-2X^2+X+1\right)\Big|_{x=X}$$

Bước 2: Thử phương án A.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $\frac{1}{2}\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$$\frac{d}{dx}\left(X^3-2X^2+X+1\right)\Big| \quad -\frac{1}{4}$$

-Từ kết quả trên chưa kết luận được tính đúng, sai của phương án A. Nhưng loại được C

Bước 2: Thử phương án B.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$$\frac{d}{dx}\left(X^3-2X^2+X+1\right)\Big| \quad 1$$

- Từ kết quả này ta loại được phương án B.

Bước 3: Thử phương án D.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $2\in\left(1;+\infty\right)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$$\frac{d}{dx}\left(X^3-2X^2+X+1\right)\Big| \quad 5$$

- Từ kết quả này loại D.

- ❖ *Qua các phép thử trên ta thấy các phương án B, C, D đều sai, vậy đáp án đúng là A. Chọn đáp án **A**.*
- ***Chú ý:*** *Cách làm trên chỉ tìm phương án sai, không dùng để tìm phương án đúng. Vì nó đúng với một giá trị thì nó chưa chắc đúng với mọi giá trị.*

❖ **Ví dụ 2:** Hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;0\right)$ B. R C. $\left(0;2\right)$ D. $\left(2;+\infty\right)$

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $-x^3+3x^2-4$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{\triangleright}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$$\frac{d}{dx}\left(-X^3+3X^2-4\right)\Big|_{x=X}$$

Bước 2: Thử phương án A.

-Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $-1\in\left(-\infty;0\right)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả**:**

- Từ kết quả trên loại A và B.

Bước 2: Thử phương án C.

-Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $1 \in (0; 2)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả này chưa kết luận được gì về phương án C vì mới đúng tại một điểm chưa chắc đúng hết.

Bước 3: Thử phương án D.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $3 \in (2; +\infty)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả trên loại D

Vậy chọn C.

Chú ý: Phương pháp trên không chọn được đáp đúng mà chỉ loại trừ được các phương án sai.

❖ **Ví dụ 3: Cho h**àm số $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 - 4.$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ **và** $(2; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ **và** $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(0; 2)$.

(Trích Câu 27 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương) **+ Các bước bấm máy:**

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{x^4}{2} - 4x^2 - 4.$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{4}\boxed{\nabla}\boxed{2}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử phương án A và B.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $-1 \in (-2; 0)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từkết quả trên loại B.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $3 \in (2; +\infty)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Chưa kết luận được tính đúng sai của mệnh đề A.

Bước 2: Thử phương án C.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $-3 \in (-\infty; -2)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả này loại phương án C.

Bước 3: Thử phương án D.

Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $1 \in (0; 2)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả trên loại D

Vậy chọn A.

Nhận xét: *Qua hai ví dụ trên ta thấy trong 4 phương án đưa ra chỉ có một phương án đúng thì phương pháp thử để loại trừ 3 phương án sai là khả thi. Nhưng nếu trong trường hợp thử mà chỉ loại trừ được một hoặc hai phương án sai thì sao? Lúc này còn tùy thuộc vào từng dạng hàm số*

Mà ta có thể tìm ra một vài tính chất của hàm số đó để tìm cách xử lý. Chúng ta cùng tìm hiểu ví dụ sau:

❖ **Ví dụ 4:** Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1; 0)$ B. R C. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ D. $(1; +\infty)$

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $x^4 - 2x^2 + 1$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{4}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử phương án B.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $-2 \in \mathbb{R}$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả trên loại B.

Bước 3: Thử phương án A.

Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $\frac{-1}{2} \in (-1; 0)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}(X^4-2X^2+1)|_{x=} \frac{3}{2}$

- Từ kết quả này không loại được phương án C.

Bước 4: Thử phương án D.

Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $2 \in (1; +\infty)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}(X^4-2X^2+1)|_{x=} 24$

- Từ kết quả trên chưa loại được phương án D.

Bước 5: Dò nghiệm y' = 0.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **-1** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}(X^4-2X^2+1)|_{x=} 0$

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **0** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}(X^4-2X^2+1)|_{x=} 0$

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}(X^4-2X^2+1)|_{x=} 0$

Thấy các kết quả của phép thử trong bước 5 đều bằng 0. Vậy $x = 0; x = \pm 1$ là các nghiệm của y' =0. Mà hàm số y' là hàm bậc 3 do vậy y' không đổi dấu trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ kết hợp với kết quả ở bước 3 và bước 4 suy ra $y' > 0$ trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Vậy chọn đáp án **C.**

❖ **Ví dụ 5:** Hàm số $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ B. $\left(\frac{-1}{2}; 2\right)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-1; 2)$

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{2 + X - X^2}\right)\Big|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

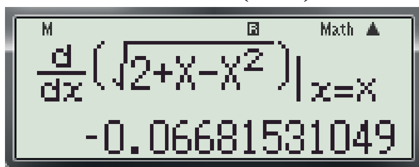
$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{\sqrt{\square}}\boxed{2}\boxed{+}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$\frac{d}{dx}(\sqrt{2+X-X^2})|_{x=X}$

Bước 2: Thử phương án A.

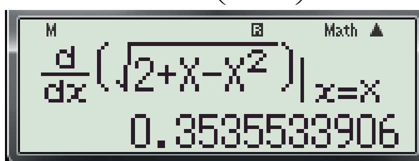
- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0.6 \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:



- Suy ra $f'(0.6) < 0$ nhưng chưa thể khẳng định được A là đáp án đúng.

Bước 3: Thử phương án B và D.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0 \in \left(\frac{-1}{2}; 2\right)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:



- Suy ra $f'(0) = 0.3535... > 0$ Vậy hàm số không nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{-1}{2}; 2\right)$ và $(-1; 2)$.

Loại B và D.

Bước 4: Thử phương án C.

Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $x = 3 \in (2; +\infty)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ Máy báo lỗi như sau:



- Suy ra không tồn tại $f'(3)$. **Loại C.**

❖ **Tóm lại Chọn A.**

<u>Bài toán 2</u>: Cho hàm số y = f(x,m) *(m là tham số)* có đạo hàm trên K (K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng). Tìm m để hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K.

1 Cơ sở lý thuyết:

- Nếu $\exists x_0 \in K$ sao cho: $f'(x_0) > 0$ thì $f(x)$ ***không*** nghịch biến trên K.
- Nếu $\exists x_0 \in K$ sao cho: $f'(x_0) < 0$ thì $f(x)$ ***không*** đồng biến trên K.

2. Giải pháp: Sử dụng phương pháp loại trừ.

- Dùng chức năng $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ để tính $f'(x_0, \text{m})$.
- Dựa vào tính chất trên để loại những phương án sai.

❖ **Ví dụ 1:** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 5$ đồng biến trên khoảng (-1; 1) thì giá trị của m bằng?

A. 1 B. 2 C. 3 D. -1

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}(X^3 - 3MX + 5)\Big|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{ALPHA}\boxed{M+}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử phương án A.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0 \in (-1;1)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập 1 (1 giá trị của m trong phương án A) nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả trên loại A. vì với $\begin{cases} x = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ ***thì*** $f'(x) = -3 < 0$

Bước 3: Thử phương án B.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0 \in (-1;1)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập 2 (2 giá trị của m trong phương án B) nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả trên loại B. vì với $\begin{cases} x = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ ***thì*** $f'(x) = -6 < 0$

Bước 4: Thử phương án C.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0 \in (-1;1)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập 3 (3 giá trị của m trong phương án B) nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả trên loại B. vì với $\begin{cases} x = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ ***thì*** $f'(x) = -9 < 0$

Bước 5: Thử phương án D.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0 \in (-1;1)$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập -1 (-1 giá trị của m trong phương án B) nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Từ kết quả **trên nhận D** ***vì với*** $\begin{cases} x = 0 \\ m = -1 \end{cases}$ ***thì*** $f'(x) = 3 > 0$. Vậy chọn **D.**

❖ **Ví dụ 2:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty;-1]$. B. $(-\infty;-1)$. C. $[-1;1]$. D. $[1;+\infty)$.

(Trích Câu 9 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\ln\left(X^2+1\right)-MX+1\right)\Big|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$ ln ALPHA) x^2 + 1) − ALPHA M + ALPHA) + 1 ▷ ALPHA)

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

M Math ▲
d/dx(ln(X²+1)−MX+1)|x=X

Bước 2: Thử phương án C và D, vì trong hai phương án này đều chứa m =1.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $2\in(-\infty;+\infty)$ và nhấn dấu = máy hỏi **M?** Ta nhập 1 vì ($1\in[-1;1]$ **và** $1\in[1;+\infty)$) nhấn tiếp dấu = được kết quả:

M Math ▲
d/dx(ln(X²+1)−MX-▷
-0.2

- Từ kết quả trên loại C và D. vì với $\begin{cases} x=2 \\ m=1 \end{cases}$ ***thì*** $f'(x)=-0,2<0$

Bước 3: Thử phương án B.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $2\in(-\infty;+\infty)$ và nhấn dấu = máy hỏi **M?** Ta nhập $-2\in(-\infty;-1)$ nhấn tiếp dấu = được kết quả:

M Math ▲
d/dx(ln(X²+1)−MX-▷
2.8

***- Từ kết quả có thể phương án B* đúng?**

Bước 4: Thử phương án A.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $2\in(-\infty;+\infty)$ và nhấn dấu = máy hỏi **M?** Ta nhập $-1\in(-\infty;-1]$ nhấn tiếp dấu = được kết quả:

M Math ▲
d/dx(ln(X²+1)−MX-▷
1.8

- Nhận thấy với $m=-2\in(-\infty;-1)$ và $m=-1\in(-\infty;-1]$ thì $f'(x)>0$ nhưng $(-\infty;-1)\subset(-\infty;-1]$
- Nên chọn đáp án **A**. Vì nếu A sai thì B cũng sai.

❖ **Ví dụ 3:** Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y=\frac{-1}{3}x^3+(m-1)x+7$ nghịch biến trên R là:

A. m > 1 B. m = 2 C. m ≤ 1 D. m ≥ 2

Bài giải:

Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{-1}{3}X^3+(M-1)X+7\right)\Big|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

[SHIFT] [$\int_\square^\square \square$] [$\frac{\square}{\square}$] [−] [ALPHA] [)] [$x^\square$] [3] [∇] [3] [▷] [+] [(] [ALPHA] [M +] [−] [1] [)] [ALPHA] [)] [+] [7] [▷] [ALPHA] [)]

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử các phương án A; B và D.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta chọn giá trị $0\in(-\infty;+\infty)$ và nhấn dấu [=] máy hỏi **M?** Ta nhập 2 (Chọn m = 2 thỏa cả hai điều kiện trong phương án A; B và D) nhấn tiếp dấu [=] được kết quả:

- *Từ kết quả trên loại A, B,D. vì với* $\begin{cases}x=0\\m=2\end{cases}$ *thì* $f'(x)=1>0$ nên hàm số không nghịch biến với các giá trị vừa thử. **Vậy chọn C**.

1.4 Dạng 4: Cực trị của hàm số.

Bài toán 1: Cho hàm số y = f(x) xác định, liên tục trên khoảng $(a;b)$. và có đạo hàm trên $(a;b)$. Tìm điểm cực trị của hàm số.

1. Cơ sở lý thuyết: Sử dụng qui tắc tìm cực trị.

- Tìm TXĐ

- Tính f'(x). Tìm các giá trị x_i (i =1,2,3…n) mà tại đó $f'(x_i)=0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định.

- Lập bảng biến thiên.

- Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

- *Nếu giải quyết bài toán theo hướng tự luận thì chúng ta cần phải thực hiện đầy đủ các bước trong qui tắc trên.*
- *Đối với bài toán trắc nghiệm thì chúng ta chỉ cần thhực hiện hai bước chính sau:*
  + Tính f'(x). Tìm các giá trị x_i (i =1,2,3…n) mà tại đó $f'(x_i)=0$ hoặc $f'(x_i)$ không xác định.
  + Xét dấu f'(x).

2. Giải pháp bấm máy:

- Dùng tổ hợp chức năng $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ và [CALC] để dò nghiệm x_0 của $f'(x)=0.$

- Dùng chức năng [CALC] để kiểm tra x_0 là điểm cực đại hay cực tiểu.

- **Chú ý:**

- *Nếu $f'(x_0)=0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.*

- *Nếu $f'(x_0)=0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.*

❖ **Ví dụ 1:** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+4$ là?

A. $x=-1$ B. $x=1$ C. $(-1;2)$ D. $(1;6)$

Bài giải:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(-X^3+3X+4\right)\Big|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{4}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử phương án A.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị -1 (*Kiểm tra $x_0=-1$ trong phương án A có là điểm cực trị không?*) và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Suy ra $x_0=-1$ là điểm cực trị của hàm số.

Bước 3: Kiểm tra $x_0=-1$ là cực đại hay cực tiểu.

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $-1-0{,}1$ (Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía trái $x_0=-1$) và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $-1+0{,}1$ (Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía phải $x_0=-1$) và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

Thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x_0=-1$. Vậy $x_0=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Bước 4: Tìm y_{CT}.

- Dùng phím $\boxed{\triangleleft}$ di chuyển con trỏ tới vị trí móc mở trong biểu thức $\frac{d}{dx}\left(-X^3+3X+4\right)\Big|_{x=X}$

(Như hình minh họa ở dưới đây)

- Nhấn phím $\boxed{DEL}$ để xóa chức năng $\frac{d}{dx}(\ )\Big|_{x=}$ khi đó màn hình có dạng:

$-X^3+3X+4$

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị -1 **(**Tính $y_{CT}=f(-1)$**)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả: **2**

$-X^3+3X+4$

2

Suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là: $(-1;2)$. **Vậy chọn C**.

❖ ***Chú ý:***

- Nếu ở bước 2 cho kết quả $f'(-1)\neq 0$ hoặc ở bước 3 cho kết quả $f'(-1-0.1)>0$ thì chuyển qua thử phương án B

- Cần nắm vững hai khái niệm điểm cực tiểu của hàm số và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số, nếu không sẽ chọn A là sai.

❖ **Ví dụ 2:** Điểm cực đại của hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-2x^2-3$ là?

A. $x=0$. B. $x=-\sqrt{2};x=\sqrt{2}$. C. $(0;-3)$ D. $(-\sqrt{2};-5);(\sqrt{2};-5)$.

Bài giải:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{X^4}{2}-2X^2-3\right)\Big|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{4}\boxed{\nabla}\boxed{2}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^4}{2}-2X^2-3\right)\Big|_{x=X}$

Bước 2: Thử phương án A.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **0** **(** *Kiểm tra* $x_0=0$ *trong phương án A có là cực trị không?***)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^4}{2}-2X^2-3\right)\Big|_{x=}$

0

- Suy ra $x_0=0$ là cực trị của hàm số.

Bước 3: Kiểm tra $x_0=0$ là cực đại hay cực tiểu.

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $0-0,1$ **(**Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía trái $x_0=0$**)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^4}{2}-2X^2-3\right)\Big|_{x=}$

$\frac{199}{500}$

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $0+0,1$ **(**Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía phải $x_0=0$**)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

Thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x_0 = 0$. Vậy $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Vậy chọn A.

Nhận xét: Rất may trong bài toán này là do sự sắp xếp $x = 0$ ở phương án A. nên việc kiểm tra không mất nhiều thời gian mà chọn được ngay đáp án đúng. Trong trường hợp $x = 0$ nằm ở phương án khác thì kinh nghiệm chúng ta nên kiểm tra phương án chứa $x = 0$ trước.

❖ **Ví dụ 3: Cho** hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3.　　B. Cực tiểu của hàm số bằng 1.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6.　　D. Cực tiểu của hàm số bằng 2.

(Trích Câu 6 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

Bước 1: Nhập biểu thức $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{X^2+3}{X+1}\right)\Bigg|_{x=X}$ lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử các phương án.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **-3 (** *Kiểm tra* $x_0 = -3$ *trong phương án A có là điểm cực trị không?***)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Suy ra $x_0 = -3$ là điểm cực trị của hàm số.

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1 (** *Kiểm tra* $x_0 = 1$ *trong phương án B có là điểm cực trị không?***)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Suy ra $x_0 = 1$ là điểm cực trị của hàm số.

- Nhấn tiếp phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **-6 (** *Kiểm tra* $x_0 = -6$ *trong phương án C có là điểm cực trị không?***)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

- Thấy $f'(-6) = 0.84 \neq 0 \Rightarrow x_0 = -6$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

- Nhấn tiếp phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2 (** *Kiểm tra* $x_0 = 2$ *trong phương án D có là điểm cực trị không?***)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+3}{X+1}\right)\Big|_{x=X}$

0.5555555556

- Thấy $f'(2) \neq 0 \Rightarrow x_0 = 2$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Bước 3: Kiểm tra $x_0 = -3$ có phải là điểm cực tiểu của hàm số hay không?

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $-3-0,1$ **(**Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía trái $x_0 = -3$**)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+3}{X+1}\right)\Big|_{x=X}$

0.09297052154

-Ta thấy dấu của $f'(-3-0,1) > 0$ ***nên ngừng việc kiểm tra*** $x_0 = -3$ ***ở đây.***

Bước 4: Kiểm tra $x_0 = 1$ có phải là điểm cực tiểu của hàm số hay không?

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $1-0,1$ **(**Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía trái $x_0 = 1$**)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+3}{X+1}\right)\Big|_{x=X}$

-0.108033241

-Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị $1+0,1$ **(**Kiểm tra dấu $f'(x)$ phía phải $x_0 = 1$**)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+3}{X+1}\right)\Big|_{x=X}$

0.09297052154

- Thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x_0 = 1$. Vậy $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Bước 5: Tính y_{CT} ?

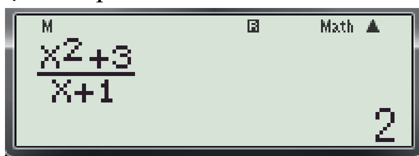
- Di chuyển con trỏ tới vị trí móc mở của biểu thức (như hình dưới)

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+3}{X+1}\right)\Big|_{x=X}$

- Nhấn nút $\boxed{DEL}$ để xóa chức năng $\frac{d}{dx}\left(\ \right)\Big|_{x=}$ Khi đó màn hình có dạng:

$\frac{X^2+3}{X+1}$

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị 1**(vì** $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số trong phương án **B.)** và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:



Suy ra $y_{CT} = 2$. Vậy chọn **D.**

Bài toán 2: Cho hàm số y = f(x, m) (với m là tham số) xác định, liên tục trên khoảng K, và có đạo hàm trên K. Tìm m để hàm số đạt cực đại (cực tiểu) tại $x = x_0, (x_0 \in K)$.

1 Cơ sở lý thuyết:

- **Bước 1:** Tính $f'(x,m)$ và giải phương trình $f'(x_0,m) = 0$ để tìm m.
- **Bước 2:** Thử lại với giá trị của m vừa tìm được để kiểm tra xem x_0 là điểm cực đại hay là điểm cực tiểu.
- **Bước 3**: Kết luận

2. Giải pháp: Bấm máy

- Dùng tổ hợp chức năng $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)\Big|_{x=x_0}$ và chức năng $\boxed{CALC}$ để dò nghiệm m của phương trình $f'(x_0,\text{m}) = 0$.
- Dùng chức năng $\boxed{CALC}$ để kiểm tra x_0 là điểm cực đại hay cực tiểu.

❖ ***Chú ý:***

- Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
- Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

❖ **Ví dụ 4:** Cho hàm số $y = x^3 - 2mx + 1$ (m là tham số). Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.?

A. $m = \frac{-3}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = \frac{-2}{3}$. D. $m = \frac{2}{3}$.

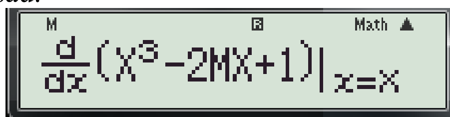
Bài giải:

➢ **Cách 1:**

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(X^3 - 2MX + 1\right)\Big|_{x=X}$ (*tham số m được thay bởi biến M trong máy tính*) lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{M+}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:



Bước 2: Thử phương án A.

+ Để kiểm tra với $x = 1; m = \frac{3}{2}$ *có thỏa* $f'(x,\text{m}) = 0$? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** (*Vì đề cho* $x = 1$ *là điểm cựu tiểu).*

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{-3}{2}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{-3}{2}$ để *kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

- Thấy với $x=1; m=\frac{-3}{2}$ thì $f'(x,\text{m})=6\neq 0$ suy ra $m=\frac{-3}{2}$ không thỏa. **Loại A.**

Bước 3: Thử phương án B.

+ **Bước 3.1:** Kiểm tra với $x=1; m=\frac{3}{2}$ có thỏa $f'(x,\text{m})=0$? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** (*Nhập giá trị của* $x=1$ *để kiểm tra)*.

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{3}{2}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{3}{2}$ *để kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

❖ Thấy với $x=1; m=\frac{3}{2}$ *thì* $f'(x,\text{m})=0$ suy ra $m=\frac{3}{2}$ có thể là đáp án đúng.

+ **Bước 3.2:** Để thử lại với $m=\frac{3}{2}$ xem hàm số có đạt cực tiểu tại $x=1$ hay không? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1-0.1** (*Nhập giá trị của* $x=1-0.1$*)*.

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{3}{2}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{3}{2}$*)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

❖ Suy ra $f'(0.9)=\frac{-57}{100}<0 \quad (1)$

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1+0.1** (*Nhập giá trị của* $x=1+0.1$*)*.

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{3}{2}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{3}{2}$*)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

❖ Suy ra $f'(1.1)=\frac{63}{100}>0 \quad (2)$

+ Từ (1) và (2) suy ra f'(x) đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=1$ vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1 \Rightarrow m=\frac{3}{2}$ thỏa mãn. Vậy chọn **B.**

- **Cách 2:**

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(X^3-2MX+1\right)\Big|_{x=X}$ *(tham số m được thay bởi biến M trong máy tính)* lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{M+}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử phương án A.

+ Để kiểm tra với $x=1; m=\frac{3}{2}$ *có thỏa* $f'(x,\text{m})=0$? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** (*Vì đề cho* $x=1$ *là điểm cựu tiểu*).

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{-3}{2}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{-3}{2}$ *để kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

- Thấy với $x=1; m=\frac{-3}{2}$ thì $f'(x,\text{m})=6\neq 0$ suy ra $m=\frac{-3}{2}$ không thỏa. **Loại A.**

Bước 3: Thử phương án B.

+ Để kiểm tra với $x=1; m=\frac{3}{2}$ có thỏa $f'(x,\text{m})=0$? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** (*Nhập giá trị của* $x=1$ *để kiểm tra)*.

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{3}{2}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{3}{2}$ *để kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

- Thấy với $x=1; m=\frac{3}{2}$ *thì* $f'(x,\text{m})=0$ nhưng $m=\frac{3}{2}$ chưa chắc đúng vì $x=1$ có thể là điểm cực đại. Để chắc chắn ta cần kiểm tra tiếp hai phương án còn lại là C và D.

Bước 4: Thử phương án C.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** (*Vì đề cho* $x=1$ *là điểm cựu tiểu*).

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{-2}{3}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{-2}{3}$ *để kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

- Thấy giá trị của y' tại $x=1; m=\frac{-2}{3}$ bằng $4.333333333 \neq 0$ suy ra $m=\frac{-2}{3}$ không thỏa. **Loại C.**

Bước 5: Thử phương án D.

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **1** (*Vì đề cho* $x=1$ *là điểm cực tiểu)*.

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập $\frac{2}{3}$.(*Nhập giá trị của* $m=\frac{2}{3}$ *để kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

- Thấy giá trị của y' tại $x=1; m=\frac{2}{3}$ bằng $1.666666667 \neq 0$ suy ra $m=\frac{2}{3}$ không thỏa. **Loại D.**

Do các phương án: A; C; D đã bị loại. Vậy chọn ngay đáp án **B** mà không cần phải thử lại.

Ví dụ 5: Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$?

A. $m=-1$. B. $m=-3$. C. $m=-3; m=-1$. D. $m=1; m=3$.

Bài giải:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+MX+1}{X+M}\right)\Bigg|_{x=X}$ (*tham số m được thay bởi biến M trong máy tính*) lên màn hình bằng cách bấm liên tiếp các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{+}\boxed{ALPHA}\boxed{M+}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{ALPHA}\boxed{M+}$

$\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

Bước 2: Thử phương án A và C.

+ **Bước 2.1:** Để kiểm tra với $x=2; m=-1$ *có thỏa* $f'(x,\text{m})=0$? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2** (*Nhập giá trị của* $x=2$ *để kiểm tra)*.

- Nhấn $\boxed{=}$ máy hỏi **M?** Ta nhập -1.(*Nhập giá trị của* $m=-1$ *để kiểm tra)*

-Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả hiện thị như sau:

- Thấy với $x=2; m=-1$ thỏa $f'(x,\text{m})=0$.

+ **Bước 2.2:** Để thử lại với $m=-1$ xem hàm số có đạt cực đại tại $x=2$ hay không? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2-0.1** (*Nhập* $x = 1.9 < 2$ *để kiểm tra dấu y'*).
- Nhấn = máy hỏi **M?** Ta nhập -1 (*Nhập giá trị của* $m = -1$)
-Nhấn tiếp dấu = được kết quả hiện thị như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+MX+1}{X+M}\right)\Big|_{x=X}$

-0.2345679012

- ❖ Suy ra $f'(1.9) < 0 \quad (1)$

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2+0.1** (*Nhập* $x = 2.1 > 2$ *để kiểm tra dấu y'*).
- Nhấn = máy hỏi **M?** Ta nhập -1 (*Nhập giá trị của* $m = -1$)
-Nhấn tiếp dấu = được kết quả hiện thị như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+MX+1}{X+M}\right)\Big|_{x=X}$

0.173553719

- ❖ Suy ra $f'(2.1) > 0 \quad (2)$

+ Từ (1) và (2) suy ra f'(x) đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 2$ vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
Vậy **Loại A** và **C.**

Bước 3: Thử phương án B.

+ **Bước 3.1:** Kiểm tra với $x = 2; m = -3$ có thỏa $f'(x,m) = 0$? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2** (*Nhập giá trị của* $x = 2$ *để kiểm tra*).
- Nhấn = máy hỏi **M?** Ta nhập -3 (*Nhập giá trị của* $m = -3$ *để kiểm tra)*
-Nhấn tiếp dấu = được kết quả hiện thị như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+MX+1}{X+M}\right)\Big|_{x=X}$

0

- ❖ Thấy với $x = 2; m = -3$ thỏa $f'(x,m) = 0$

+ **Bước 3.2:** Để thử lại với $m = -3$ xem hàm số có đạt cực đại tại $x = 2$ hay không? Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2-0.1** (*Nhập* $x = 1.9 < 2$ *để kiểm tra dấu y'*).
- Nhấn = máy hỏi **M?** Ta nhập -3 (*Nhập giá trị của* $m = -3$)
-Nhấn tiếp dấu = được kết quả hiện thị như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+MX+1}{X+M}\right)\Big|_{x=X}$

0.173553719

- ❖ Suy ra $f'(1.9) > 0 \quad (3)$

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** Ta nhập giá trị **2+0.1** (*Nhập* $x = 2.1 > 2$ *để kiểm tra dấu y'*)
- Nhấn = máy hỏi **M?** Ta nhập -3 (*Nhập giá trị của* $m = -3$)
-Nhấn tiếp dấu = được kết quả hiện thị như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2+MX+1}{X+M}\right)\bigg|_{x=X}$

-0.2345679012

❖ Suy ra $f'(2.1) < 0 \quad (4)$

+ Từ (3) và (4) suy ra f'(x) đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 2$ vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Rightarrow m = -3$ thỏa mãn. Vậy chọn **B.**

✓ **Chú ý:** ***Có nhiều học sinh không nắm vững thuật toán chỉ thực hiện bước tính $f'(x,m)$ và giải phương trình $f'(2,m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$ (không thử lại) từ đó chọn phương án C thì đó là một sai lầm.***

1.5 Dạng 5: Giá trị lớn nhất (GTLN) và Giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số.

<u>Bài toán</u> : Cho hàm số y = f(x) xác định, liên tục trên đoạn $[a;b]$. Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[a;b]$.

1 Cơ sở lý thuyết:

- Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá tri lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

2. Giải pháp: Dùng chức năng [*TABLE*] (Chức năng lập bảng giá trị của hàm số).

Bước 1: Định dạng bảng tính cho máy tính thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn [*SHIFT*][*MODE*][▽] [5] [1] **(*để chọn loại bảng tính chỉ có một hàm số*)**

Select Type?
1: f(x)
2: f(x), g(x)

Bước 2: Nhập hàm tính thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn [*MODE*][7] màn hình xuất hiện như sau:

f(X)=

- Nhập biểu thức $f(x)$ vào màn hình:
- Nhấn dấu [=] máy hỏi **Start? (giá trị bắt đầu của x) ta nhập a.**

Start?
1

- Nhấn số [*a*] **và nhấn dấu** [=] máy hỏi **End?** (giá trị kết thúc của x) ta nhập b

End?
3

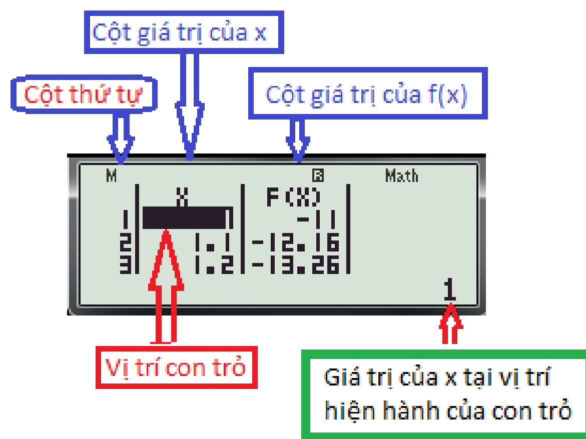
- Nhấn số [*b*] và nhấn dấu [=] máy hỏi **Step? (bước nhảy)**

Step?
0.1

+ Bước nhảy thường tính theo công thức: $Step = \frac{End - Start}{20}$

(*thường nhập Step: 0.1 hoặc 0.2)*

- Nhấn số [0.1] và nhấn dấu [=] trên màn hình xuất hiện bảng sau:



- Đây là bảng tính giá trị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ (có khoảng 20 giá trị)

Bước 3: Dựa vào bảng trên để tìm Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- Bấm phím [▷] di chuyển con trỏ sang cột giá trị của f(x) (để cho dễ quan sát)

- Bấm phím [∇] và [Δ] để di chuyển con trỏ xuống dưới hoặc lên trên và quan sát giá trị của f(x) nằm phía dưới góc phải của màn hình (các giá trị này sẽ thay đổi khi di chuyển con trỏ).

Chú ý:

+ Giá trị lớn nhất trong cột f(x) chính là giá tri lớn nhất của hàm số.

+ Giá trị nhỏ nhất trong cột f(x) chính là giá tri nhỏ nhất của hàm số.

❖ **Ví dụ 1:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

A. $\max_{[1;3]} y = 9; \min_{[1;3]} y = -18.$ B. $\max_{[1;3]} y = -7; \min_{[1;3]} y = -18.$

C. $\max_{[1;3]} y = -11; \min_{[1;3]} y = -18.$ D. $\max_{[1;3]} y = -7; \min_{[1;3]} y = -11.$

(Trích Câu 16 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

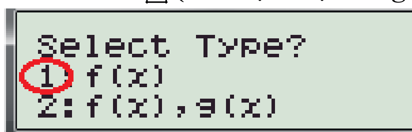
Bài giải:

Bước 1: Định dạng bảng tính cho máy tính thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn [*SHIFT*][*MODE*][∇] màn hình xuất hiện như sau:



- Nhấn [5] màn hình xuất hiện như sau và nhấn [1] *(để chọn loại bảng tính chỉ có một hàm số)*



Bước 2: Nhập hàm tính thực hiện các thao tác sau:

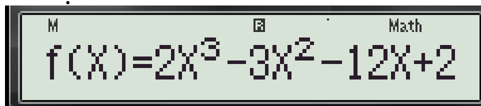
- Nhấn [*MODE*][7] màn hình xuất hiện như sau:



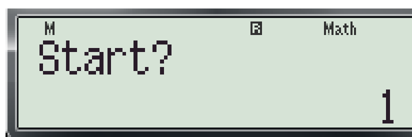
- Nhập biểu thức $f(x)=2X^3-3X^2-12X+2$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[2][*ALPHA*][)][$x^{\square}$][3][▷][−][3][*ALPHA*][)][x^2][−][1][2][*ALPHA*][)][+][2]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



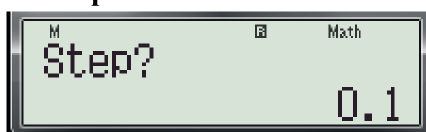
- Nhấn dấu [=] máy hỏi **Start?**



- Nhấn số [1] **và nhấn dấu** [=] máy hỏi **End?**



- Nhấn số [3] và nhấn dấu [=] máy hỏi **Step?**



- Nhấn số [0.1] và nhấn dấu [=] **trên màn hình xuất hiện bảng sau:**

Cột giá trị của x
Cột thứ tự
Cột giá trị của f(x)
Vị trí con trỏ
Giá trị của x tại vị trí hiện hành của con trỏ

- Đây là bảng tính giá trị của hàm số $y=2x^3-3x^2-12x+2$ trên đoạn $[1;3]$ (có khoảng 20 giá trị)

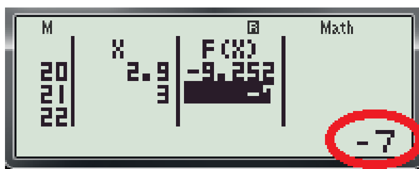
Bước 3: Dựa vào bảng trên để tìm Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- Bấm phím [▷] di chuyển con trỏ sang cột giá trị của f(x) (để cho dễ quan sát)

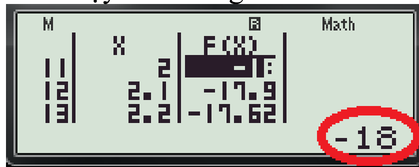
- Bấm phím [▽] và [△] để di chuyển con trỏ xuống dưới hoặc lên trên và quan sát giá trị của f(x) nằm phía dưới góc phải của màn hình (các giá trị này sẽ thay đổi khi di chuyển con trỏ).

Ta thấy:

+ Giá trị lớn nhất trong cột f(x) là **-7** .Đây chính là giá tri lớn nhất của hàm số.



+ Giá trị nhỏ nhất trong cột f(x) là **-18** .Đậy chính là giá tri nhỏ nhất của hàm số



Vậy chọn đáp án **B.**

❖ **Ví dụ 2:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là:

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6.$ B. $\min\limits_{[2;4]} y=-2.$ C. $\min\limits_{[2;4]} y=-3.$ D. $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}.$

(Trích Câu 6 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

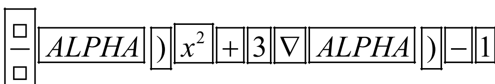
Bước 1: Định dạng bảng tính cho máy tính. (*Coi bước 1 trong ví dụ 1*)

Bước 2: Nhập hàm tính thực hiện các thao tác sau:

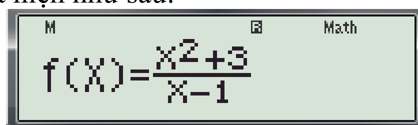
- Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{7}$ màn hình xuất hiện như sau:



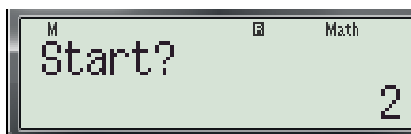
- Nhập biểu thức $f(x)=2X^3-3X^2-12X+2$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:



Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



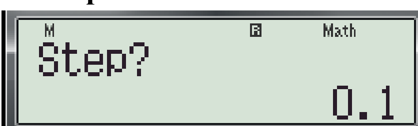
- Nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **Start?**



- Nhấn số $\boxed{2}$ **và nhấn dấu** $\boxed{=}$ máy hỏi **End?**



- Nhấn số $\boxed{4}$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **Step?**



- Nhấn số $\boxed{0.1}$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ **trên màn hình xuất hiện bảng sau:**

- Đây là bảng tính giá trị của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ (có khoảng 20 giá trị)

Bước 3: Dựa vào bảng trên để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- Bấm phím $\boxed{\triangleright}$ di chuyển con trỏ sang cột giá trị của f(x) (để cho dễ quan sát)

- Bấm phím $\boxed{\triangledown}$ và $\boxed{\vartriangle}$ để di chuyển con trỏ xuống dưới hoặc lên trên và quan sát giá trị của f(x) nằm phía dưới góc phải của màn hình (các giá trị này sẽ thay đổi khi di chuyển con trỏ).

Ta thấy:

+ Giá trị nhỏ nhất trong cột f(x) là **6**. Đây chính là giá tri nhỏ nhất của hàm số

Vậy chọn đáp án **A.**

❖ **Ví dụ 3:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-\sqrt{4-x^2}$ là:

A. $\max_D y=\sqrt{2}; \min_D y=-2.$ B. $\max_D y=2; \min_D y=-2\sqrt{2}.$

C. $\max_D y=2\sqrt{2}; \min_D y=-2.$ D. $\max_D y=0; \min_D y=-\sqrt{2}.$

(Trích Câu 14 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

Bước 1: TXĐ: $D=[-2;2]$. (Để nhập giá trị **Start:** -2; **End:** 2)

Bước 2: Định dạng bảng tính cho máy tính. (*Coi bước 1 trong ví dụ 1*)

Bước 3: Nhập hàm tính thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{7}$ màn hình xuất hiện như sau:

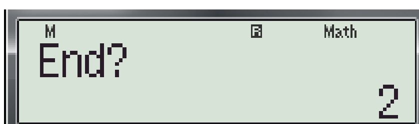
- Nhập biểu thức $f(x)=X-\sqrt{4-X^2}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{\sqrt{\square}}\boxed{4}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}$

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi **Start?**

- Nhấn số $\boxed{-2}$ **và nhấn dấu** $\boxed{=}$ máy hỏi **End?**



- Nhấn số [2] và nhấn dấu [=] máy hỏi **Step?**



- Nhấn số [0.2] và nhấn dấu [=] **trên màn hình xuất hiện bảng sau:**

- Đây là bảng tính giá trị của hàm số $y = x - \sqrt{4 - x^2}$ trên đoạn $[-2; 2]$(có khoảng 20 giá trị)

Bước 3: Dựa vào bảng trên để tìm Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- Bấm phím [▷] di chuyển con trỏ sang cột giá trị của f(x) (để cho dễ quan sát)
- Bấm phím [▽] và [△] để di chuyển con trỏ xuống dưới hoặc lên trên và quan sát giá trị của f(x) nằm phía dưới góc phải của màn hình (các giá trị này sẽ thay đổi khi di chuyển con trỏ).

Ta thấy:

+ Giá trị lớn nhất trong cột f(x) là **2** .Đây chính là giá tri lớn nhất của hàm số.

+ Giá trị nhỏ nhất trong cột f(x) là **-2** .Đây chính là giá tri nhỏ nhất của hàm số

Thấy: $-2\sqrt{2} \approx -2.828285686$

Vậy chọn đáp án **B.**

❖ **Ví dụ 4:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên $[1; e]$ là:

A. $\max\limits_{[1;e]} y = e$; $\min\limits_{[1;e]} y = -1$.

B. $\max\limits_{[1;e]} y = e^2$; $\min\limits_{[1;e]} y = 0$.

C. $\max\limits_{[1;e]} y = e^3$; $\min\limits_{[1;e]} y = -e$.

D. $\max\limits_{[1;e]} y = 2e^2$; $\min\limits_{[1;e]} y = 1$.

(Trích Câu 39 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

Bước 1: Định dạng bảng tính cho máy tính. (*Coi bước 1 trong ví dụ 1*)

Bước 2: Nhập hàm tính thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn [*MODE*][7] màn hình xuất hiện như sau:



- Nhập biểu thức $f(x) = X^2 \ln X$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[*ALPHA*] [)] [x^2] [ln] [*ALPHA*] [)]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn dấu [=] máy hỏi **Start?**

- Nhấn số [1] **và nhấn dấu** [=] máy hỏi **End?**

- Nhấn số [e] (bằng cách bấm [*ALPHA*] [$\times 10^x$]) và nhấn dấu [=] máy hỏi **Step?**

- Nhấn số [0.1] và nhấn dấu [=] **trên màn hình xuất hiện bảng sau:**

- Đây là bảng tính giá trị của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $[1; e]$ (có khoảng 20 giá trị)

Bước 3: Dựa vào bảng trên để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- Bấm phím [▷] di chuyển con trỏ sang cột giá trị của f(x) (để cho dễ quan sát)

- Bấm phím [∇] và [Δ] để di chuyển con trỏ xuống dưới hoặc lên trên và quan sát giá trị của f(x) nằm phía dưới góc phải của màn hình (các giá trị này sẽ thay đổi khi di chuyển con trỏ).

Ta thấy:

+ Giá trị nhỏ nhất trong cột f(x) là **0**. Đây chính là giá tri nhỏ nhất của hàm số

+ Giá trị lớn nhất trong cột f(x) là **7.240805425** .Đây chính là giá tri lớn nhất của hàm số.

Vậy chọn đáp án **A.**

Ta thấy: $e^2 \approx$ **7.240805425** vậy chọn Đáp án **B.**

1.6 Dạng 6: Đường Tiệm Cận.

Bài toán: Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C).Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

1. Cơ sở lý thuyết:

1.1 Định nghĩa đường tiệm cận:

Cho hàm số y = f(x) xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng có dạng $(a;+\infty)$, $(-\infty;b)$, ***hoặc*** $(-\infty;+\infty)$*)*

a) Đường thẳng $y=y_0$ *được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thỏa mãn:* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0$.

b) Đường thẳng $x=x_0$ *được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nếu nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thỏa mãn:*

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty,\ \lim_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty.$$

- ✓ **Tóm lại**: để tìm các đường tiệm cận ta phải tính các giới hạn trên.

1.2 Thực chất của phép tính giới hạn

- *Phép tính* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ *tương đồng với phép tính giá trị của hàm số* $f(x)$ *tại* $x\approx x_0$.

- *Phép tính* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *tương đồng với phép tính giá trị của hàm số* $f(x)$ *tại một số dương đủ lớn*

- *Phép tính* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *tương đồng với phép tính giá trị của hàm số* $f(x)$ *tại một số âm có giá trị tuyệt đối đủ lớn.*

2. Giải pháp: Dùng thuật toán tính giới hạn bàng máy như sau:

- Nhập biểu thức cần tính giới hạn
- Gán cho biến x một giá trị gần đúng bằng lệnh *CALC* .

3. Thuật toán chi tiết cho từng trường hợp như sau:

Bước 1: Nhập công thức của hàm số cần tính giới hạn lên màn hình.

Bước 2: Nhấn phím *CALC* máy hỏi **X?**. Nhập giá trị của x theo qui ước sau:

- Nếu $x\to x_0$ thì ta nhập: $x_0\pm10^{-10}$
- Nếu $x\to x_0^+$ thì ta nhập: x_0+10^{-10}
- Nếu $x\to x_0^-$ thì ta nhập: x_0-10^{-10}
- Nếu $x\to+\infty$ thì ta nhập: 999.......9 ***(khoảng 13 chữ số 9)***
- Nếu $x\to-\infty$ thì ta nhập: −999.......9 ***(khoảng 13 chữ số 9)***

Bước 3: Nhấn = và đọc kết quả theo qui ước sau:

- Nếu kết quả của phép tính bằng máy là a (hoặc sấp sỉ bằng a) thì kết quả của giới hạn cần.
- Nếu kết quả của phép tính bằng máy có dạng $a.10^n$ (với $a>0; n\in\mathbb{Z}^+$) thì kết quả của giới hạn cần tính là: $+\infty$.
- Nếu kết quả của phép tính bằng máy có dạng $a.10^n$ (với $a<0; n\in\mathbb{Z}^+$) thì kết quả của giới hạn cần tính là: $-\infty$.
- Nếu kết quả của phép tính bằng máy có dạng $a.10^{-n}$ (với $n\in\mathbb{Z}^+$) thì kết quả của giới hạn cần tính là: 0 .

Chú ý: Nếu máy báo lỗi thì ở bước 2 ta lấy ít chữ số thập phân hơn.

❖ **Ví dụ 1:** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. **c)** $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$. **d)** $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$.

Bài gải:

Bước 1: Nhập biểu thức $\dfrac{2X+1}{X-2}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

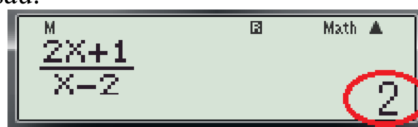
$\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x}\boxed{-}\boxed{2}$ Khi đó màn hình xuất hiện như sau:



Bước 2: Tính các giới hạn.

+ Tính $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

- Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập **9999999999999 (*khoảng 13 chữ số 9*)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả này suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-2}=2$.

+ Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

- Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập **-9999999999999 (*khoảng 13 chữ số 9*)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả này suy ra $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-2}=2$.

+ Tính $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$.

- Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập: $2+10^{-10}$ **(*tính giới hạn phải tại x = 2*)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả là một số dương tương đối lớn suy ra $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2x+1}{x-2}=+\infty$.

+ Tính $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$.

- Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập: $2-10^{-10}$ **(*tính giới hạn trái tại x = 2*)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả là một số âm có giá trị tuyệt đối tương đối lớn suy ra $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x+1}{x-2}=-\infty$.

❖ **Ví dụ 2:** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$. và $x=-2$. B. $x=-3$. C. $x=3$. và $x=2$. D. $x=3$.

(Trích Câu 8 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

Phân tích:

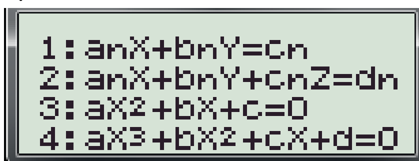
- Để tìm các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ chúng ta phải đi kiểm một trong các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=+\infty$ có thỏa mãn hay không?

- Đối với hàm phân thức hữu tỉ dạng $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ thì x_0 thường là nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Từ đây ta có thể bấm máy để xử lí bài toán trên như sau:

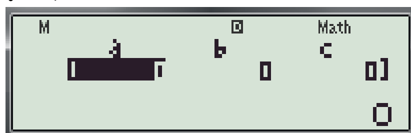
Các bước bấm máy.

Bước 1: Tìm nghiệm phương trình $x^2-5x+6=0$. ta thực các thao tác sau:

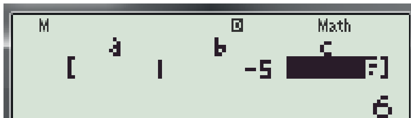
- Bấm $\boxed{MODE}\boxed{5}$ màn hình xuất hiện như sau:



- Bấm số $\boxed{3}$ **(giải phương trình bậc 2)** màn hình xuất hiện như sau:



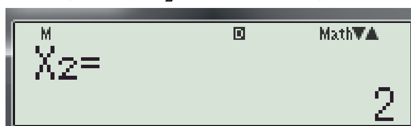
- Bấm số $\boxed{1}\boxed{=}\boxed{-5}\boxed{=}\boxed{6}\boxed{=}$ **(**nhập hệ số a, b, c của phương trình $x^2-5x+6=0$.**)** màn hình xuất hiện như sau:



- Bấm dấu $\boxed{=}$ màn hình xuất hiện nghiệm x_1 của phươngtrình như sau:



- Bấm tiếp dấu $\boxed{=}$ màn hình xuất hiện nghiệm x_2 của phươngtrình như sau:

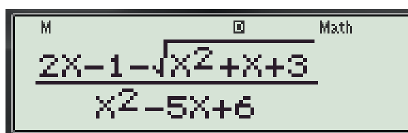


Vậy phương trình $x^2-5x+6=0$ có hai nghiệm là: $x_1=3; x_2=2$. Từ đây ta loại hai phương án **A** và **B.**

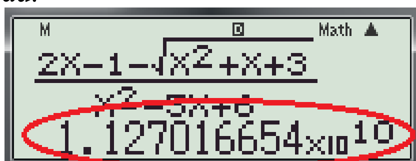
Bước 2: Tính $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$ thực hiện các thao tác sau:

-Nhập biểu thức $\dfrac{2X-1-\sqrt{X^2+X+3}}{X^2-5X+6}$. vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{-}\boxed{\sqrt{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{+}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{6}$ Khi đó màn hình xuất hiện như sau:



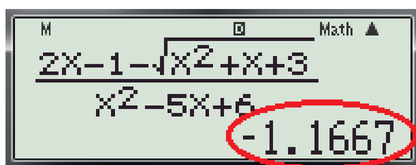
-Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập **3+0.0000000001 (*khoảng 10 chữ số 0*)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả này suy ra $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty \Rightarrow x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bước 3: Tính $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$ thực các thao tác sau:

-Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập **2+0.0000000001 (*khoảng 10 chữ số 0*)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả này suy ra $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}\neq \pm\infty \Rightarrow x=2$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy loại C, **Chọn D.**

❖ **Ví dụ 3:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x}{x^2+1}$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

(Trích Câu 23 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

+ Phân Tích:

- Thấy phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

- Ta chỉ đi tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, thông qua việc tính các giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x}{x^2+1}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x}{x^2+1}$.

+ Các bước bấm máy.

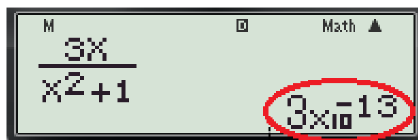
Bước 1: Để tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x}{x^2+1}$ ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\frac{3X}{X^2+1}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{\frac{\square}{\square}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\nabla}$ $\boxed{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ Khi đó màn hình xuất hiện như sau:



-Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập: **9999999999999** **(*khoảng 13 chữ số 9 vì* $x\to+\infty$)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả này suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x}{x^2+1}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bước 2: Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x}{x^2+1}$

- Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?** ta nhập: **-9999999999999** **(*khoảng 13 chữ số 9 vì* $x\to-\infty$)** và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Từ kết quả này suy ra $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x}{x^2+1}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang. **Chọn B.**

1.7 Dạng 7: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

Bài toán 1: Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C). Tìm hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$.

1. Cơ sở lý thuyết:

- Sử dụng Định lý:

Đạo hàm của hàm số y = f(x) tại điểm x_0 *là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm* $M(x_0;y_0)$.

2. Giải pháp: *Dùng chức năng* $\frac{d}{dx}(\square)\Big|_{x=\square}$ *để tính đạo hàm của hàm số tai một điểm.*

3. Các bước bấm máy như sau:

- *Nhấn* SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$

- *Nhập biểu thức* $f(x)$

- *Nhập giá trị* x_0

-*Nhấn dấu* =

Chú ý: Trong trường hợp tính $f'(x)$ ***tại nhiều điểm khác nhau*** x_1, x_2, x_3 ***… Thay vì nhập trực tiếp lần lượt*** x_1, x_2, x_3 ***… ta có thể gán cho x một biến X rồi dùng lệnh*** CALC ***để tínhcho nhanh.***

❖ **Ví dụ 1:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ tại có hoành độ $x_0=-2$ bằng:

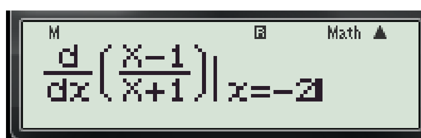
A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

Bài giải:

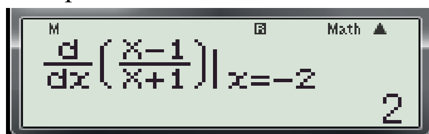
+ **Chi tiết từng bước bấm máy**

Bước 1: Nhập biểu thức $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)\Bigg|_{x=-2}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$ $\frac{\square}{\square}$ ALPHA) − 1 ▽ ALPHA) + 1 ▷ ▷ − 2 **.** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn dấu bằng = được kết quả: **2**



Vậy chọn đáp án **B.**

❖ **Ví dụ 2:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-4}{x+2}$ tại có tung độ $y_0=-5$ bằng:

A. 5 B. 4 C. 6 D. -6

Bài giải:

+ **Thuật toán:**

- Dùng chức năng SHIHF + SOLVE để tìm nghiệm x_0 của phương trình $\dfrac{x_0-4}{x_0+2}=-5$

- Dùng chức năng $\dfrac{d}{dx}\left(f(x)\right)\Big|_{x=x_0}$ để tính đạo hàm của hàm số tại x_0. (Hệ số góc của tiếp tuyến)

+ **Chi tiết từng bước bấm máy:**

Bước 1: Tìm x_0 ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\frac{X-4}{X+2}+5$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

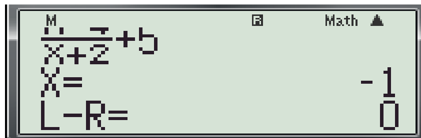
$\boxed{\frac{\square}{\square}}$ $\boxed{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{-}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\nabla}$ $\boxed{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\triangleright}$ $\boxed{+}$ $\boxed{5}$. Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



- Nhấn lần lượt các phím $\boxed{SHIHF}$ + $\boxed{SOLVE}$ màn hình máy có dạng:



- Nhập một giá trị cho biến x (***nên nhập một số khác -2***) và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:

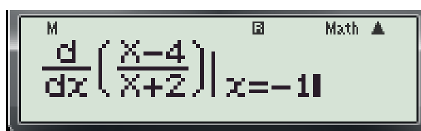


Vậy ta tìm được $x_0 = -1$.

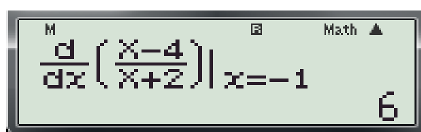
Bước 2: Tính $f'(x_0)$ *ta thực hiện các thao tác sau:*

- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{x-4}{x+2}\right)\Big|_{x=-1}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{SHIFT}$ $\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}$ $\boxed{\frac{\square}{\square}}$ $\boxed{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{-}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\nabla}$ $\boxed{ALPHA}$ $\boxed{)}$ $\boxed{+}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\triangleright}$ $\boxed{\triangleright}$ $\boxed{-}$ $\boxed{1}$. Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



- Nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả: **6**



Vậy $f'(x_0) = f'(-1) = 6$. **Chọn đáp án C.**

❖ **Ví dụ 3:** Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x - 3$ có đồ thị là (C).Gọi M là một điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $y = -9x + 2017$. Tìm tọa độ của điểm M?

A. $\left[\begin{array}{l} M(2;-5) \\ M(-2;1) \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} M(2;5) \\ M(-2;-1) \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} M(2;-5) \\ M(-2;-1) \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} M(-2;-5) \\ M(-2;1) \end{array}\right.$

Bài giải:

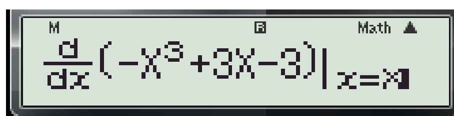
+ Phân tích:
- Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.
- Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=-9x+2017$ nên: $f'(x_0)=-9$ **(1)**
- Vì $M(x_0; y_0)\in(C)$ nên $y_0=-x_0^3+3x_0-3$ **(2)**

+ Thuật toán:
- Dùng tổ hợp chức năng $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ và $\boxed{CALC}$ để kiểm tra x_0 (*đã cho trong từng phương án*) có thỏa phương trình (1) hay không?
- Dùng chức năng $\boxed{CALC}$ với x_0 vừa tìm được ở trên để tính y_0 theo công thức (2).
- Nếu cặp số $(x_0; y_0)$ nào mà thỏa mãn đồng thời cả hai điều kiện (1) và (2) thì đó là tọa độ của điểm M.

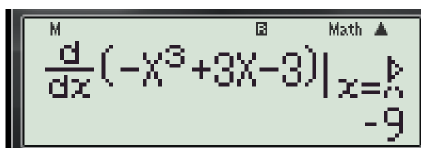
+ Chi tiết từng bước bấm máy:

Bước 1: Tìm x_0 ta thực hiện các thao tác sau:
- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(-X^3+3X-3\right)\Big|_{x=X}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

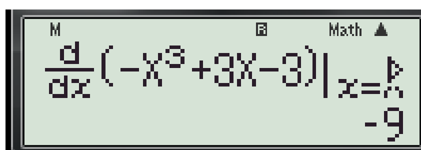
$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^{\square}}\boxed{3}\boxed{\triangleright}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$. Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



- Nhấn phím $\boxed{CALC}$. **Máy hỏi X?**
- Nhập một giá trị cho biến x là 2 (***2 là hoành độ của M đã cho trong các phương án***) và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:

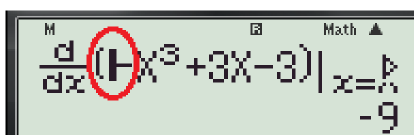


- Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$. **Máy hỏi X?**
- Nhập một giá trị cho biến x là -2 (***-2 là hoành độ của M đã cho trong các phương án***) và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:

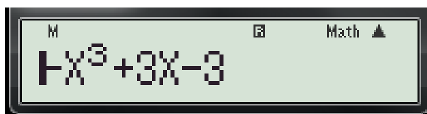


Thấy $x=\pm 2$ đều thỏa phương trình (1), Vậy $x_0=\pm 2$

Bước 2: Tìm y_0 ta thực hiện các thao tác sau:
- Bấm nút $\boxed{\triangleleft}$ để di chuyển con trỏ đến vị trí của dấu móc mở (như hình)

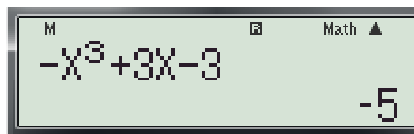


- Nhấn nút $\boxed{DEL}$ để xóa chức năng $\frac{d}{dx}(\ )\Big|_{x=}$ lúc này màn hình có dạng



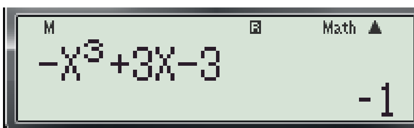
(Hoặc là nhập lại biểu thức $\boxed{-X^3+3X-3}$ vào màn hình, như vậy sẽ mất thời gian)

- Nhấn lần lượt các phím $\boxed{CALC}$ **. Máy hỏi X?**
- Nhập một giá trị cho biến x là **2 (2 *là hoành độ của M đã cho trong các phương án*)** và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Có nghĩa là với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -5$. Vậy $M(2;-5)$

- Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ **. Máy hỏi X?**
- Nhập một giá trị cho biến x là **-2 (2 *là hoành độ của M đã cho trong các phương án*)** và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Có nghĩa là với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -1$. Vậy $M(-2;-1)$

Vậy chọn đáp án C.

❖ **Ví dụ 4:** Cho hàm số $f(x) = x\ln x$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng $y = \frac{-x}{3} + 1$. Hoành độ của M là:

A. e^2 B. e^3 C. e^4 D. e^5

Bài giải:

+ Phân tích:

- Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.
- Hệ số góc của tiếp tuyến là: $f'(x_0)$.

-Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + 1$ nên $\frac{-1}{3}.f'(x_0) = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = 3\,(1)$

+ Thuật toán:

- Dùng tổ hợp chức năng $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ và $\boxed{CALC}$ để kiểm tra x_0 (*đã cho trong từng phương án*) có thỏa phương trình (1) hay không?
- Nếu giá trị x_0 nào mà thỏa mãn phương trình (1) thì đó là hoành độ của điểm M.

+ Chi tiết từng bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}(X\ln X)\Big|_{x=X}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$ ALPHA) ln ALPHA)) ▷ ALPHA) . Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

$\frac{d}{dx}(X\ln(X))|_{x=X}$

Bước 2: Nhấn lần lượt các phím CALC **. Máy hỏi X?**

Bước 3: Để kiểm tra phương án A ta nhập giá trị cho biến x là e^2 **(*e^2 là hoành độ của M đã cho trong phương án A)*** và nhấn dấu bằng = được kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:

$\frac{d}{dx}(X\ln(X))|_{x=X}$
3

Thấy kết quả bằng 3 suy ra $x_0 = e^2$ là nghiệm của phương trình (1) vậy chọn đáp án **A**.

Chú ý: *Nếu kết quả của phép thử ở đáp án A mà khác 3, thì tiếp tục bấm nút* CALC *để thử các phương án còn lại.*

<u>Bài toán 2</u>: Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$.

1. Cơ sở lý thuyết:

Điều kiện để đường thẳng $(d): y = ax + b$ *là tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại điểm* $M(x_0; y_0)$ *là:* $\begin{cases} f'(x_0) = a \\ y_0 = ax_0 + b \end{cases}$

2. Giải pháp:

- *Dùng chức năng* $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ *để tính hệ số góc của tiếp tuyến.*
- *Dùng chức năng* CALC *để kiểm tra* $M(x_0; y_0)$ *có thuộc đường thẳng* $(d): y = ax + b$?

3. Các bước bấm máy như sau:

- *Nhấn* SHIFT $\int_{\square}^{\square}\square$
- *Nhập biểu thức* $f(x)$
- *Nhập giá trị* x_0
-*Nhấn dấu* = *(kết quả xuất hiện trên màn hình là hệ số góc của tiếp tuyến, so sánh kết quả này với hệ số a)*
- *Nhập biểu thức* $ax + b - y$ *dùng lệnh* CALC *gán* $x = x_0; y = y_0$
- *Nếu kết quả bằng 0 thì* $M \in d$. *Ngược lại* $M \notin d$.

❖ **Ví dụ 1:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M(1; − 2) là:

A. $3x + y - 1 = 0$ B. $-3x + y - 1 = 0$ C. $3x + y + 1 = 0$ D. $3x - y - 1 = 0$

(Trích Câu 3 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải.

+ Phân tích:

- Nhận thấy hệ số góc của các đường thẳng trong các phương án là $k = 3$ hoặc $k = 3$ nên ta tính $f'(x_0)$ (*hệ số góc của tiếp tuyến*) để loại trừ các phương án sai.
- Biết phương trình tiếp tuyến trong các phương án đều có dạng: $ax + by + c = 0 \quad (1)$
- Vì tiếp tuyến qua $M\left(x_0; y_0\right)$ nên $(1) \Leftrightarrow ax_0 + by_0 + c = 0$

+ **Chi tiết từng bước bấm máy**

Bước 1:Xác định hệ số góc của tiếp tuyến ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\left.\frac{d}{dx}\left(X^3 - 3X^2\right)\right|_{x=1}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

  [SHIFT] [$\int_\square^\square \square$] [ALPHA] [)] [$x^\square$] [3] [▷] [−] [3] [ALPHA] [)] [x^2] [▷] [▷] [1]. Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn dấu [=]. Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0) = -3$. nên loại hai phương án B và D

Bước 2: Tìm phương trình tiếp tuyến.

+ Thử phương án A

- Nhấn phím [AC] và nhập biểu thức $3X + Y - 1$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

  [3] [ALPHA] [)] [+] [ALPHA] [$S \Leftrightarrow D$] [−] [1]. Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn phím [CALC]. Máy hỏi **X?** Nhập một giá trị cho biến X là 1 **(***1 là hoành điểm M***)** và nhấn dấu bằng [=]. Máy hỏi **Y?** Nhập một giá trị cho biến Y là -2 *(-2 là tung độ điểm M***)** và nhấn dấu bằng [=] màn hình xuất hiện như sau:

Thấy kết của thử bằng 0 $\Rightarrow M\left(1; -2\right) \in (d): 3x + y - 1 = 0$ và hệ số góc của (d) là $k = f'(1) = -3 \Rightarrow (d)$ là tiếp tuyện. **Vậy chọn đáp án A.**

Chú ý: *Nếu phương án A không thỏa thì chọn đáp án là C, vì hai phương án B và D đã bị loại.*

❖ **Ví dụ 2:** Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

A. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ B. $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ C. $y = \frac{1}{3}x$ D. $y = \frac{1}{3}x - 1$

Bài giải.

+ Phân tích:

- Biết x_0 suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k = f'(x_0)$
- Viết phương trình tiếp tuyến dưới dạng: $y = kx + b \quad (1)$
- Tìm hệ số b:

Vì tiếp tuyến qua $M(x_0; y_0)$ nên $(1) \Leftrightarrow y_0 = f'(x_0).x_0 + b \Leftrightarrow b = y_0 - f'(x_0).x_0 \quad (2)$

- Thay (2) vào (1) ta được tiếp tuyến cần tìm.

+ Tổng quát các bước bấm máy:

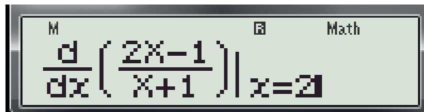
- Dùng chức năng $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0}$ để tính hệ số góc của tiếp tuyến.
- Dùng tổ hợp phím $\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}\boxed{(-)}$ để lưu hệ số góc vừa tính vào biến A.
- Nhập biểu thức: $\frac{2X-1}{X+1} - A.X$ và dùng chức năng $\boxed{CALC}$ với x_0 (x_0 *là hoành độ tiếp điểm*) để tính hệ số b trong công thức (1).
- Thay A và b vào (1) được phương trình tiếp tuyến cần tìm.

2) Chi tiết từng bước bấm máy

Bước 1: Tính hệ số góc của tiếp tuyến.

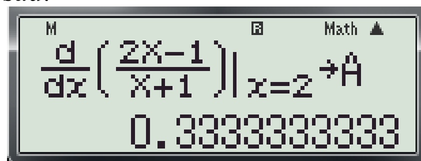
- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{2X-1}{X+1}\right)\Big|_{x=2}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_\square^\square \square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{2}$ **.** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Lưu hệ số góc vào ô nhớ A trên máy tính.

- Nhấn lần lượt các phím $\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}\boxed{(-)}$ **(***Tính* $\frac{d}{dx}\left(\frac{2X-1}{X+1}\right)\Big|_{x=2}$ *và lưu vào biến* **A).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



(Đây chính là giá trị của $f'(x_0)$ ***suy ra*** $f'(x_0) = \frac{1}{3}$*.)*

Bước 3: Tính hệ số b trong phương trình tiếp tuyến.

- Nhấn $\boxed{AC}$ và nhập biểu thức $\frac{2X-1}{X+1} - AX$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

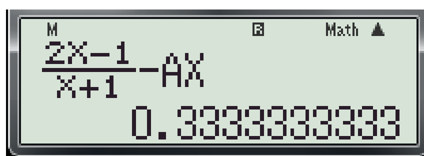
$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_\square^\square \square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{2}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{(-)}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$ **.** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



- Nhấn phím $\boxed{CALC}$ **. Máy hỏi X?** Nhập một giá trị cho biến x là 2 **(*2 là hoành độ tiếp điểm*)** và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ **Máy hỏi A? màn hình** xuất hiện như sau:



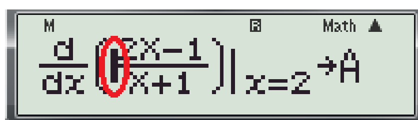
- Bấm dấu $\boxed{=}$ kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Đây chính là giá trị của hệ số b, suy ra $b=\frac{1}{3}$ kết hợp với $f'(x_0)=\frac{1}{3}$ (tính ở bước 1) ta có phương trình tiếp tuyến là: $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$. **Vậy chọn đáp án A**.

Chú ý: *Ở bước 2: Để không mất thời gian nhập biểu thức:* $\frac{2X-1}{X+1}-AX$ *ta có thể thực hiện như sau:*

- Di chuyển con trỏ tới vị trí móc mở của biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{2X-1}{X+1}\right)\Big|_{x=2}$ ***(như hình dưới)***



- Nhấn nút $\boxed{DEL}$ *để xóa chức năng* $\frac{d}{dx}(\square)\Big|_{x=\square}$ *và xóa kí hiệu* $\boxed{\to A}$ *trong biểu thức trên.*

- Nhấn liên tiếp các phím $\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{(-)}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$ *màn hình xuất hiện:*



1.8 Dạng 8: Sự tương giao giữa hai đồ thị.

> **<u>Bài toán</u> : Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C_1) và y = g(x) có đồ thị (C_2). Tìm tọa độ giao điểm của (C_1) và (C_2).**
>
> **1. Cơ sở lý thuyết:**
>
> *- Phương trình hoành độ giao điểm* $f(x)=g(x)$ (*)
>
> *- Số nghiệm của (*) là số giao điểm của* (C_1) *và* (C_2).
>
> **-** *Nghiệm của (*) là hoành độ điểm của* (C_1) *và* (C_2).
>
> *- Tọa độ giao điểm là* $M\left(x_0; f(x_0)\right)$*, với là hoành độ giao điểm* x_0.
>
> **2. Giải pháp:**
>
> *- Nhập biểu thức* $f(x)-g(x)$ *vào màn hình.*
>
> *- Dùng chức năng* $\boxed{CALC}$ *và gán* $x=x_0$ *để dò tìm hoành độ giao điểm.*
>
> **3. Các bước bấm máy như sau:**

- *Nhập biểu thức* $f(x)-g(x)$
- *Nhấn* CALC *và nhập giá trị* x_0
-*Nhấn dấu* =

Chú ý: Nếu kết quả bằng 0 thì x_0 ***là nghiệm của phương trình*** $f(x)-g(x)=0$.

❖ **Ví dụ 1:** Các đồ thị của hai hàm số $y=3-\frac{1}{x}$ và $y=4x^2$ tiếp xúc với nhau tại điểm M có hoành độ là:

A. $x=-1$. B. $x=1$. C. $x=2$. D. $x=\frac{1}{2}$.

Bài giải:

+ **Phân tích:**

- Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình: $4x^2=3-\frac{1}{x}\Leftrightarrow 4x^2+\frac{1}{x}-3=0$ (*).
- Dùng chức năng CALC để thử nghiệm của phương trình (*).

+ Quy trình bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $4x^2+\frac{1}{x}-3$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

4 ALPHA) x^2 + $\frac{\square}{\square}$ 1 ∇ ALPHA) ▷ − 3 .Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

Bước 3: Nhập $x=-1$ (thử đáp án A) bằng cách bấm phím: − 1 , được kết quả: **0.**

Vậy chọn đáp án A.

Chú ý: Trong trường hợp phương án A không đúng thì ta tiếp tục nhấn phím CALC ***và nhập các giá trị của x tương ứng trong từng phương án còn lại để kiểm tra.***

❖ **Ví dụ 2:** Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số. $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=4$. B. $y_0=0$. C. $y_0=2$. D. $y_0=-1$.

(Trích Câu 7 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

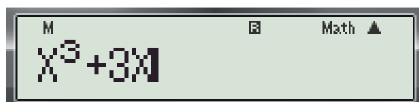
+ Phân tích:

- *Vì bài toán này khá đơn giản nên học sinh khá giỏi có thể giải bằng tay như sau: (khuyến khích)*
- *Phương trình hoành độ giao điểm:* $x^3+x+2=-2x+2\Leftrightarrow x^3+3x=0\Leftrightarrow x(x^2+3)=0\Leftrightarrow x=0$
- Vậy $x_0=0\Rightarrow y_0=2$. **Chọn đáp án C.**
- *Tuy nhiên với học sinh yếu khả năng tính toán chậm hay lúng túng trong việc tìm nghiệm của phương trình* $x^3+3x=0$ *thì có thể bấm máy như sau:*

+ Các bước bấm máy:

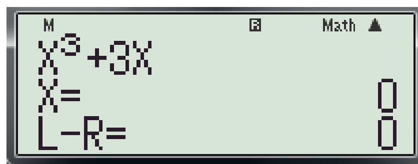
Bước 1: Nhập biểu thức x^3+3x bằng cách nhấn lần lượt các phím: ALPHA) $x^{\square}$ 3 + 3 ALPHA) .

Khi đó trên màn hình xuất hiện:



Bước 2: Tìm nghiệm x_0 (*vì đề cho biết: có duy nhất một giao điểm nên dùng* [*SHIFT*][SOLVE])

- Nhấn [*SHIFT*][SOLVE] máy hỏi **Solve for X**. ta nhập một giá trị tùy ý và nhấn dấu [=] màn hình xuất hiện:

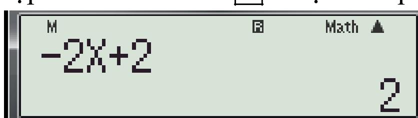


Bước 3: Tìm y_0.

- Nhấn [*AC*] và nhập biểu thức: $-2x+2$ bằng cách nhấn lần lượt các phím: [−][*ALPHA*][)][+][2]. Khi đó trên màn hình xuất hiện:



- Nhấn phím CALC máy hỏi **X? n**hập $x=0$ nhấn dấu [=] được kết quả như sau:



- Suy ra $y_0 = 2$. **Vậy chọn C.**

❖ **Ví dụ 3:** Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là.

A. $x=\dfrac{-5}{2}$. B. $x=1$. C. $x=2$. D. $x=\dfrac{5}{2}$.

(Trích Câu 5 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

+ Phân tích:

- Cơ sở lý thuyết:

- *Hoành độ của M, N là nghiệm của phương trình:* $\dfrac{2x+4}{x-1}=x+1$

- *Hoành độ điểm I được xác định bởi công thức:* $x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}$

- Thuật toán:

- *Dùng chức năng* [*SHIFT*][SOLVE] *để tìm các nghiệm phương trình* $\dfrac{2x+4}{x-1}=x+1$

- *Lưu các nghiệm vào ô nhớ A, B trên máy tính.*

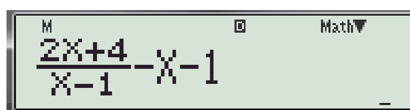
- *Gọi A và B, tính* $\dfrac{A+B}{2}$ *(là kết quả cần tìm)*

- Các bước bấm máy.

Bước 1: Để tìm hoành độ các điểm M, N ta thực hiện các thao tác sau:

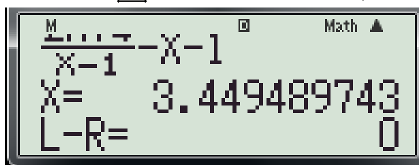
- Nhập biểu thức $\dfrac{2x+4}{x-1}-x-1$ bằng cách nhấn lần lượt các phím:

[$\frac{\square}{\square}$][2][*ALPHA*][)][+][4][▽][*ALPHA*][)][−][1][▷][−][*ALPHA*][)][−][1]. Khi đó trên màn hình xuất hiện:



- Nhấn dấu [=] (để lưu lại biểu thức $\frac{2x+4}{x-1}-x-1$ trên màn hình để bước sau khỏi phải nhập lại)

- Nhấn [*SHIFT*][SOLVE] máy hỏi **Solve for X**. ta nhập một giá trị cho biến x (chẳng hạn là 2, không nên nhập số 1 máy sẽ báo lỗi) và nhấn dấu [=] màn hình xuất hiện:

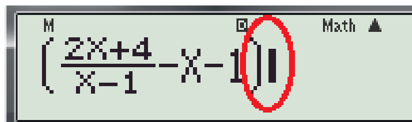


- Nhấn lần lượt các phím [*SHIFT*] [*RCL*] [(−)] (*lưu nghiệm* **x = 3.449489743** *vào biến* **A).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

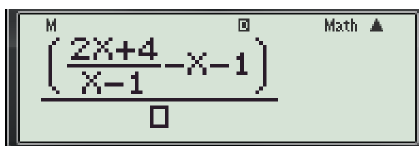


(***Đây là nghiệm thứ nhất của phương trình*** $\frac{2x+4}{x-1}-x-1=0$***)***

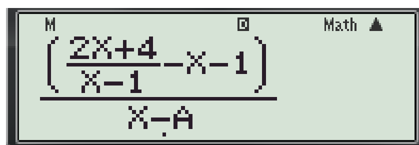
- Bấm phím [Δ] để tìm lại biểu thức $\frac{2x+4}{x-1}-x-1$ đã nhập trước đó và mở đóng móc biểu thức $\frac{2x+4}{x-1}-x-1$ lại *(di chuyển con trỏ về cuối dòng như hình dưới*)



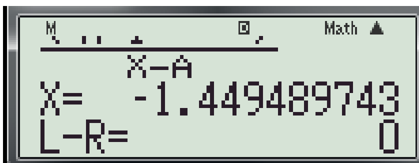
- Nhấn phím [$\frac{\square}{\square}$] màn hình xuất hiện:



- Nhấn [*ALPHA*][)][−][*ALPHA*][(−)] để nhập biểu thức $X-A$ vào mẫu số của biểu thức trên màn hình xuất hiện:



- Nhấn [*SHIFT*][SOLVE] máy hỏi **A?** Nhấn dấu [=] máy hỏi tiếp **Solve for X**, ta nhấn tiếp dấu [=] màn hình xuất hiện:



(***Đây là nghiệm thứ 2 của phương trình*** $\frac{2x+4}{x-1}-x-1=0$***)***

- Nhấn lần lượt các phím [*SHIFT*] [*RCL*] [∘,,,] (*lưu nghiệm* **x = -1.449489743** *vào biến* **B).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Tính hoành độ điểm I. Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn [AC] [□/□] [ALPHA] [(−)] [+] [ALPHA] [∘,,,] [∇] [2] Khi đó màn hình xuất hiện:



- Nhấn dấu [=] được kết quả:



***(Đây là hoành độ điểm* I)**

Vậy chọn đáp án B.

2. Các bài toán liên quan đến Lũy thừa-Hàm số mũ- Hàm số lôgarit

2.1 Dạng 1: Rút gọn biểu thức, tính giá trị của biểu thức.

❖ **Ví dụ 1:** Giá trị của biểu thức $M = 16^{1+\log_4 5}$ là:

A. $M = 400$. B. $M = 300$. C. $M = 200$. D. $M = 150$.

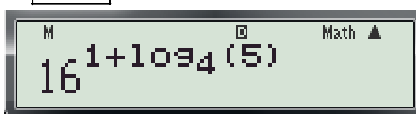
(Trích Câu 32 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

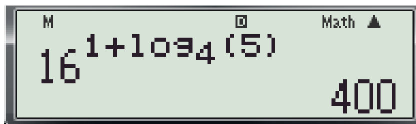
+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $16^{1+\log_4 5}$ vào màn hình bằng cách nhấn liên tiếp các phím sau:

[1] [6] [$x^{\square}$] [1] [+] [$\log_{\square}\square$] [4] [▷] [5]. Khi đó màn hình xuất hiện:



Bước 2: *Nhấn dấu* [=] được kết quả:



Vậy chọn đáp án A.

❖ **Ví dụ 2:** Giá trị của $a^{4\log_{a^2} 7}$ $(0 < a \neq 1)$ là:

A. 7^8. B. 7^4. C. 7^2. D. 7.

(Trích Câu 33 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

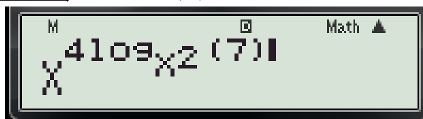
+ Thuật toán bấm máy:

- *Gán a bằng biến X của máy.*
- *Nhập biểu thức* $X^{4\log_{X^2} 7}$ *vào màn hình*
- *Nhấn* [CALC] *nhập một giá trị cho biến X thỏa điều kiện* $(0 < X \neq 1)$
- *Nhấn dấu* [=] *và đổi kết quả ra lũy* α *thừa của 7 (tức* 7^{α} *)*

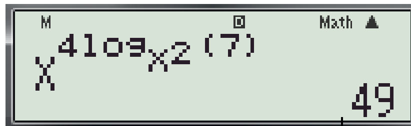
+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập biểu thức $X^{4\log_{X^2}7}$ vào màn hình bằng cách nhấn liên tiếp các phím sau:

ALPHA) $x^{\square}$ 4 $\log_{\square}\square$ ALPHA) x^2 ▷ 7 . Khi đó màn hình xuất hiện:

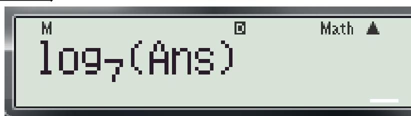


Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** ta nhập cho X một giá trị thỏa điều kiện $(0 < X \neq 1)$, nhập **2** và nhấn dấu = được kết quả như sau:



Bước 3: Đổi $49 = 7^{\alpha}$, (tìm α)

- Nhấn liên tiếp các phím: AC $\log_{\square}\square$ 7 Ans khi đó màn hình xuất hiện như sau:



- Nhấn dấu = được kết quả như sau:



Vậy tìm được $\alpha = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$. **Vậy chọn đáp án C.**

➢ **Chú ý:**

- Ở bước 2 dễ thấy $49 = 7^2$. ***Vậy chọn đáp án C.***

- Chỉ thực hiện theo bước 3 trong trường hợp kết quả ở bước 2 là một số thập phân.

- Ta có: $\log_7(\text{Ans}) = \log_7(49)$ ***(Vì kết quả ở bước 2 được máy tính lưu trong ô nhớ*** Ans ***)***

❖ **Ví dụ 3: Cho** $\log_2 14 = a$. Tính theo a giá trị của $A = \log_{49} 32$ ta được:

A. $A = \dfrac{2}{5(a+1)}$. B. $A = \dfrac{5}{2(a-1)}$. C. $A = \dfrac{5}{2(a+1)}$. D. $A = \dfrac{2}{5(a-1)}$.

(Trích Câu 19 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

+ Thuật toán bấm máy:

- *Gán* $\log_{49} 32$ *bằng biến A của máy.*

- *Gán* $\log_2 14$ *bằng biến B của máy.*

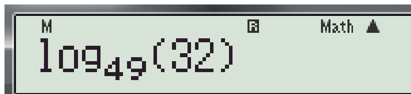
- *Thử từng phương án như sau: Gọi A và Tính hiệu A – (biểu thức trong từng phương án)*

- *Nhấn dấu* = *nếu kết quả của phép thử bằng 0 thì đó là đáp án đúng*

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Để lưu $\log_{49} 32$ và lưu vào biến A ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\log_{49} 32$ bằng cách nhấn các phím sau: $\log_{\square}\square$ 4 9 ▷ 3 2 . Khi đó màn hình xuất hiện:



- Nhấn lần lượt các phím [SHIFT] [RCL] [(−)] **(** *lưu* $\log_{49} 32$ *vào biến* **A).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

$\log_{49}(32)\to A$
0.8905179678

Bước 2: Để lưu $\log_2 14$ và lưu vào biến B ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\log_2 14$ bằng cách nhấn các phím sau: [$\log_\square\square$][2][▷][1][4]. Khi đó màn hình xuất hiện:

$\log_2(14)$

- Nhấn lần lượt các phím [SHIFT] [RCL] [◦,,,] **(** *lưu* $\log_2 14$ *vào biến* **B).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

$\log_2(14)\to B$
3.807354922

Bước 3: Thử các phương án

+ Thử phương án A ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn các phím [AC][ALPHA][(−)][−][$\frac{\square}{\square}$][2][▽][5][(][ALPHA][◦,,,][+][1][)] Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$A-\frac{2}{5(B+1)}$

- Nhấn các phím [=] được kết quả như sau:

$A-\frac{2}{5(B+1)}$
0.5948977545

Thấy kết quả khác 0 nên **loại phương án A.**

+ Thử phương án B ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức: $A-\frac{5}{2(a-1)}$. (*Di chuyển con trỏ để chỉnh sửa biểu thức* $\frac{2}{5(a+1)}$ *trên màn hình thành* $\frac{5}{2(a-1)}$). Khi đó màn hình xuất hiện như sau:

$A-\frac{5}{2(B-1)}$

- Nhấn các phím [=] được kết quả như sau:

$A-\frac{5}{2(B-1)}$
0

Thấy kết bằng **0** nên **chọn đáp án B.**

- ***Chú ý: Nếu phương án B không thỏa ta tiếp tục thử các phương án còn lại.***

❖ **Ví dụ 4:** Cho biểu thức $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=x^{\frac{1}{2}}$. B. $P=x^{\frac{13}{24}}$. C. $P=x^{\frac{1}{4}}$. D. $P=x^{\frac{2}{3}}$.

(Trích Câu 15 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Đây quả là một câu sẽ gây khó khăn cho những học sinh không nhớ công thức và khả năng tính toán chậm và kể cả nếu các em có nhớ công thức và biến đổi bằng tay trong khoảng thời gian mấy chục giây liệu các em có thể vượt qua? Chúng ta thử trải nghiệm với thuật toán bấm máy sau rồi rút ra kết luận nhé…!

➢ ***Cách 1:***

+ Phân tích:

- Giả sử đáp án A. $P=x^{\frac{1}{2}}$ là đáp án **đúng** khi đó $\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}=x^{\frac{1}{2}},\forall x>0 \Leftrightarrow \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}-x^{\frac{1}{2}}=0,\forall x>0$, ngược lại nếu $\exists x>0$ sao cho $\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}-x^{\frac{1}{2}}\neq 0$ thì đáp án A là **Sai.**

- Từ đó ta rút ra được thuật toán để giải bài toán trên bằng máy tính cầm tay như sau:

+ Giải pháp:

- Nhập biểu thức $\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}-x^{\alpha}$ vào máy (với α là số mũ của x trong từng đáp án)

- Nhấn phím CALC và nhập giá trị của x ($0<x\neq 1$)

- Nhấn dấu $\boxed{=}$ và so sánh kết quả với 0 để lựa chọn đáp án đúng.

+ Chi tiết từng bước bấm máy

Bước 1: Nhập biểu thức $\sqrt[4]{x\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3}}}-x^M$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

SHIFT | $x^{\square}$ | 4 | ▷ | ALPHA |) | SHIFT | $\sqrt{\square}$ | ALPHA |) | x^2 | $\sqrt{\square}$ | ALPHA |) | $x^{\square}$ | 3 | ▷ | ▷ | ▷ | ▷

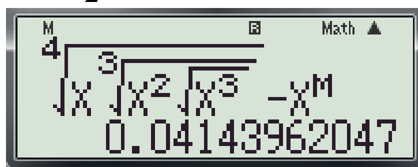
− | ALPHA |) | $x^{\square}$ | ALPHA | M+

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



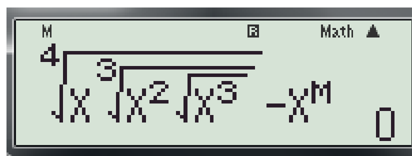
Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

Bước 3: Thử đáp án **A** bằng cách nhập số 2 (vì x >0) và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ máy hỏi tiếp **M?** ta nhập $\frac{1}{2}$ (vì số mũ của x trong đáp án **A** bằng $\frac{1}{2}$) và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả:



Vì kết quả của phép thử bằng $\mathbf{0.04143962047\neq 0}$ Vậy đáp án A **sai.**

Bước 4: Thử đáp án B. Nhấn phím CALC máy hỏi **X?** nhập số 2 và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ máy hỏi tiếp **M?** ta nhập $\frac{13}{24}$ (vì số mũ của x trong đáp án **B** bằng $\frac{13}{24}$) và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả:



Vì kết quả của phép thử bằng **0.** Vậy đáp án B là **đúng** (*không cần kiểm tra hai đáp án còn lại vì trong 4 đáp án chỉ có một đáp đúng mà thôi*)**. Chọn B.**

➢ ***Cách 2:***

+ **Phân tích:** Giả sử $P(x_0)=b,(0<x_0\neq 1)$ Khi đó nếu x^α là đáp án đúng thì

$P(x_0)=x_0^\alpha \Leftrightarrow b=x_0^\alpha \Leftrightarrow \alpha=\log_{x_0} b$. Vậy là đã tìm được số mũ của x.

+ Chi tiết từng bước bấm máy

Bước 1: Nhập biểu thức $\sqrt[4]{x\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3}}}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

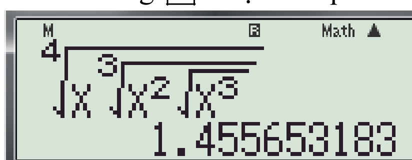
[SHIFT] [$x^\square$] [4] [▷] [ALPHA] [)] [SHIFT] [$\sqrt{\square}$] [ALPHA] [)] [x^2] [$\sqrt{\square}$] [ALPHA] [)] [$x^\square$] [3]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

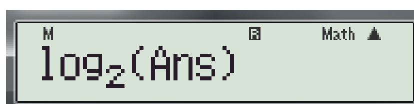
Bước 3: Nhập số 2 (vì x >0) và nhấn dấu bằng [=] được kết quả:



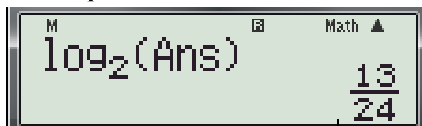
(*Giá trị* **1.455653183** *được lưu trong bộ nhớ* **Ans** *của máy*).

Bước 4:

- Nhấn [AC] và nhập biểu thức [$\log_2(Ans)$] vào màn hình bằng cách nhấn liên tiếp các phím sau: [$\log_\square(\square)$] [2] [▷] [Ans] Khi đó màn hình xuất hiện:



- Tiếp theo nhấn dấu bằng [=] được kết quả:



(***Giá trị*** $\frac{13}{24}$ ***là số mũ của x***)

Vậy chọn đáp án **B.**

➢ ***Chú ý:***

- Với $x=1$ *thì P = 1 và* $1^\alpha=1$ *nên các đáp án A, B, C, D đều đúng. Vậy khi* [CALC] *không nên nhập* $x=1$.

❖ **Ví dụ 5:** Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^2-2x+2).e^x$ ta được:

A. $y'=2xe^x$. B. $y'=(2x-2)e^x$. C. $y'=x^2e^x$. D. $y'=(x^2-1)e^x$.

(Trích Câu 25 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016-2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

- Lời giải tự luận:

Ta có: $y' = (2x-2)e^x + (x^2-2x+2)e^x = x^2e^x$. Vậy chọn đáp án **C**.

- Đây là bài toán không khó chỉ cần nhớ qui tắc và các công thức tính đạo hàm là các em có thể làm được nên khuyến khích học sinh khá và giỏi chúng ta làm theo hướng này. Tuy nhiên đối với học sinh yếu, kém hay vì một lý do nào đó mà ta quên công thức tính thì có thể dùng máy để loại trừ các phương án sai như sau:

- Các bước bấm máy:

Bước 1: Dùng chức năng $\boxed{\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)\Big|_{x=x_0}}$ để tính đạo hàm của hàm số f(x) tại một điểm x_0.

Bước 2: Dùng chức năng $\boxed{CALC}$ để tính giá trị của f'(x) tại x_0 trong từng đáp án.

Bước 3: So sánh kết quả ở bước 1 và bước 2 nếu khác nhau thì phương án vừa thử là **sai**.

Nghĩa là nếu $\boxed{\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)\Big|_{x=x_0} - f'(x_0) \neq 0}$ thì loại phương án vừa thử.

Chú ý:

- Cách làm như trên chỉ tìm phương án sai, không dùng để tìm phương án đúng. Vì nó đúng với một giá trị chưa chắc đúng với mọi giá trị, do vậy để *an toàn ta nên thử hết 4 phương án (cùng một giá trị* x_0 *) để loại các đáp án* ***sai.***

- Nhận xét:

$$2xe^x = x^2e^x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

+ Nếu chọn $x_0 = 0$ hay $x_0 = 2$ thì nên kết quả trong phép thử đối với phương án A và phương án C là như nhau. Tương tự nếu chọn $x_0 = 1$ thì $(2x-2)e^x = (x^2-1)e^x$ nên kết quả trong phép thử đối với phương án B và phương án D là như nhau, không loại trừ được. do vậy không nên chọn các giá trị đặc biết trên để thử mà nên chọn $x_0 = 4$

+ Chi tiết từng bước bấm máy.

Bước 1: Thử đáp án A.

- Nhập biểu thức $\boxed{\frac{d}{dx}\left((x^2-2x+2).e^x\right)\Big|_{x=X} - 2xe^x}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{SHIFT}\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{(}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{)}\boxed{ALPHA}\boxed{\times 10^x}\boxed{x^{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{\triangleright}$

$\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{ALPHA}\boxed{\times 10^x}\boxed{x^{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}$

- Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?**

- Nhập số 1và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả **-2.718281828** $\neq$ **0 (loại đáp án A)**

Bước 2: Thử đáp án B.

- Nhập biểu thức $\boxed{\frac{d}{dx}\left((x^2-2x+2).e^x\right)\Big|_{x=X} - (2x-2)e^x}$ vào màn hình**.**

<u>Chú ý</u>:

Để không mất thời gian nhập lại biểu thức trên thì chúng ta không được xóa màn hình sau khi kiểm tra đáp án A mà phải giữ nguyên. Lúc này ta chỉ cần di chuyển con trỏ đến vị trí $\boxed{2xe^x}$ ***để sửa lại thành*** $\boxed{(2x-2)e^x}$ ***bằng cách bấm phím*** $\boxed{\triangleleft}$**.**

-Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?**

-Nhập số 1và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả: **2.718281828** $\neq$ **0 (loại đáp án B)**

Bước 3: Thử đáp án C.

-Nhập biểu thức $\boxed{\frac{d}{dx}\left((x^2-2x+2).e^x\right)\Big|_{x=X} - x^2e^x}$ vào màn hình.

Chú ý:

Tương tự Bước 2 ta chỉ cần di chuyển con trỏ đến vị trí $\boxed{(2x-2)e^x}$ *để sửa lại thành* $\boxed{x^2e^x}$ *bằng cách bấm phím* $\boxed{\triangleleft}$.

- Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?**

- Nhập số $\boxed{1}$ và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả: $9.73\times10^{-12}\approx 0$

Bước 4: Thử đáp án D.

- Nhập biểu thức $\boxed{\frac{d}{dx}\left((x^2-2x+2).e^x\right)\Big|_{x=X} - (x^2-1)e^x}$ vào màn hình.

Chú ý:

-*Tương tự Bước 3 ta chỉ cần di chuyển con trỏ đến vị trí* $\boxed{x^2e^x}$ *để sửa lại thành* $\boxed{(x^2-1)e^x}$ *bằng cách bấm phím* $\boxed{\triangleleft}$.

-Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?**

-Nhập số $\boxed{1}$ và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả: **2.718281828** $\neq$ **0 (loại đáp án D)**

- ***Kết luận Đáp án C là đáp án đúng, Chọn C***

2.2 Dạng 2: Phương trình mũ, phương trình logarit

- Những câu hỏi trắc nghiệm ở dạng này thường là những câu cơ bản dạng nhận biết, các em chỉ cần nắm vững qui tắc và công thức là giải được.

- Tuy nhiên đối với máy tính cầm tay nó có thể giải được hầu hết các phương trình mũ và phương trình lôgarit (không phân biệt khó hay dễ).

- Phương pháp: Sử dụng máy tính để thử hoặc dò nghiệm của phương trình (vì trong các phương án đưa ra là những giá trị cụ thể). Bằng cách sử dụng hai chức năng chính $\boxed{CALC}$ *và* $\boxed{SHIFT}+\boxed{SOLVE}$.

❖ **Ví dụ 1:**Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$.

A. $x=9$. B. $x=4$. C. $x=3$. D. $x=10$.

(Trích Câu 13 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

- ***Cách 1.***

+ Thuật toán bấm máy:

- Nhập biểu thức: 3^{x-1}

- Dùng $\boxed{CALC}$ *để tính giá trị của biểu thức tại các giá trị của x đã cho trong từng phương án.*

- So sánh kết quả và chọn đáp án đúng.

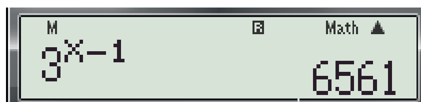
+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhập vế trái của phương trình đã cho: 3^{x-1} vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau: $\boxed{3}\boxed{x^{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{1}$ Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

Bước 3: Thử đáp án **A** bằng cách nhập số 9 và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả:



- Thấy kết quả của phép thử bằng $6561 \neq 27$, nên loại phương án **A.**

Bước 4: Thử đáp án **A.**

- Tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?** ta nhập số 4 và nhấn dấu bằng $\boxed{=}$ được kết quả:



- Thấy kết quả của phép thử bằng **27**, nên chọn đáp án B.

Vậy chọn đáp án C.

➢ ***Cách 2.***

+ Thuật toán bấm máy:

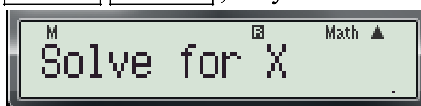
- *Nhập biểu thức:* $3^{x-1}-27$
- *Dùng* $\boxed{SHIFT}+\boxed{SOLVE}$
- *So sánh kết quả và chọn đáp án đúng.*

+ Các bước bấm máy:

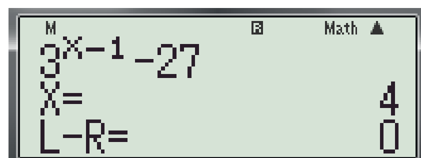
Bước 1: Nhập biểu thức: $3^{x-1}-27$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau: $\boxed{3}\boxed{x^{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{7}$ Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn liên tiếp các phím $\boxed{SHIFT}\boxed{SOLVE}$**,** máy hỏi **Solve for X.**



Bước 3: Nhập cho x một giá trị tùy ý (nhập số 1) và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Vậy $x=4$ là nghiệm của phương trình $3^{x-1}-27=0$. **Vậy chọn đáp án C.**

❖ **Nhận xét:** *Trong ví dụ này nên sử dụng cách 2 nhanh hơn, không mất thời gian thử từng đáp án như cách 1. Nhưng đối với những phương trình phức tạp thì cách 2 tương đương cách 1, thậm chí còn lâu hơn. Do vậy tùy thuộc vào từng bài toán cụ thể mà chúng ta lựa chọn cách giải sao cho phù hợp.*

❖ **Ví dụ 2:** Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$. B. $x=65$. C. $x=80$. D. $x=82$.

(Trích Câu 12 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

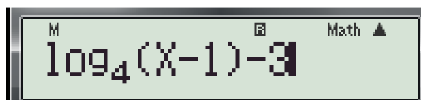
Bài giải:

+ Thuật toán bấm máy:

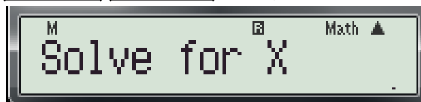
- *Nhập biểu thức:* $\log_4(x-1)-3$.
- *Dùng* $\boxed{SHIFT}+\boxed{SOLVE}$
- *So sánh kết quả và chọn đáp án đúng.*

+ Các bước bấm máy:

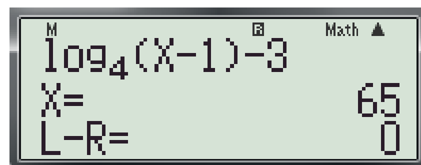
Bước 1: Nhập biểu thức: $\log_4(x-1)-3.$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau: [$\log_\square\square$] [4] [▷] [*ALPHA*] [)] [–] [1] [▷] [–] [3] Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn liên tiếp các phím [*SHIFT*] [*SOLVE*] **,** máy hỏi **Solve for X.**



Bước 3: Nhập cho x một giá trị thỏa điều kiện $x>1$.tùy ý (nhập số 2) và nhấn dấu [=]. Kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Vậy $x=65$ là nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)-3=0.$ **Vậy chọn đáp án B.**

❖ **Ví dụ 3:** Phương trình $2\log_2^2 x-14\log_4 x+3=0.$ có tích các nghiệm.

A. $8\sqrt{2}.$ B. $6\sqrt{2}.$ C. $4\sqrt{2}.$ D. $16\sqrt{2}.$

(Trích Câu 35 mã đề 209-Đề thi học kỳ I năm học 2016 -2017 của Sở GD và ĐT Bình Dương)

Bài giải:

Cách 1:

+ Phân tích:

❖ **Cơ sở lý thuyết (*theo hướng tự luận*).**

- *Giả sử* $x_1; x_2$ *là các nghiệm của phương trình:* $2\log_2^2 x-14\log_4 x+3=0.$

- *Phương án A đúng* $\Leftrightarrow x_1x_2-8\sqrt{2}=0.$

❖ **Thuật toán bấm máy.**

- *Dùng chức năng* [*SHIFT*] [SOLVE] *để tìm các nghiệm phương trình* $2\log_2^2 x-14\log_4 x+3=0.$

- *Lưu các nghiệm vào ô nhớ A, B trên máy tính.*

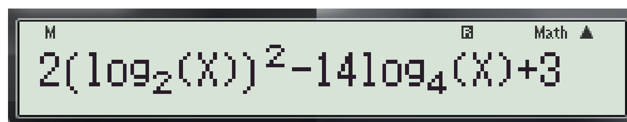
- *Gọi A và B, tính A.B – (Giá trị đã cho trong từng phương án).*

❖ ***Chi tiết các bước bấm máy.***

Bước 1: Để tìm các nghiệm của phương trình $2\log_2^2 x-14\log_4 x+3=0,$ ta thực hiện các thao tác sau:

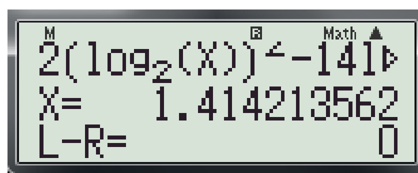
- Nhập biểu thức $2\log_2^2 x-14\log_4 x+3,$ bằng cách nhấn lần lượt các phím:

[2] [(] [$\log_\square\square$] [2] [▷] [*ALPHA*] [)] [▷] [)] [▷] [x^2] [–] [1] [4] [$\log_\square\square$] [4] [▷] [*ALPHA*] [)] [▷] [+] [3] **.** Khi đó trên màn hình xuất hiện:

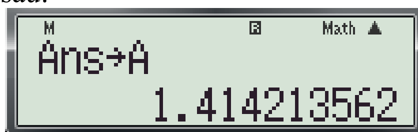


- Nhấn dấu [=] (để lưu lại biểu thức $2\log_2^2 x-14\log_4 x+3,$ trên màn hình để bước sau khỏi phải nhập lại)

- Nhấn [*SHIFT*] [SOLVE] máy hỏi **Solve for X**. ta nhập cho biến x một giá trị lớn hơn 0 (chẳng hạn là 2) và nhấn dấu [=] màn hình xuất hiện:

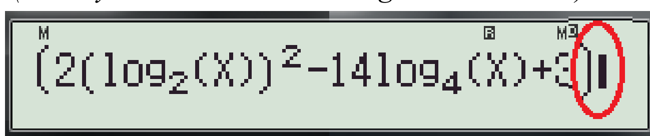


- Nhấn lần lượt các phím SHIFT RCL (–) (*lưu nghiệm* **x = 1.414213562** *vào biến* **A).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

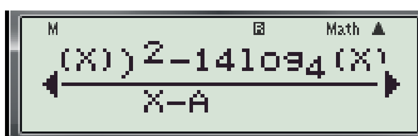


(***Đây là nghiệm thứ nhất của phương trình*** $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3 = 0.$)

- Bấm phím Δ để tìm lại biểu thức $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3$ đã nhập trước đó và mở đóng móc biểu thức $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3$ lại *(di chuyển con trỏ về cuối dòng như hình dưới*)



- Nhấn phím $\frac{\square}{\square}$ ALPHA) – ALPHA (–) để nhập biểu thức $X - A$ vào mẫu số của biểu thức trên màn hình xuất hiện:

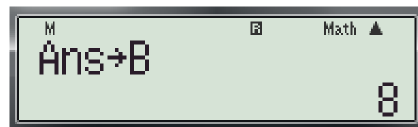


- Nhấn SHIFT SOLVE máy hỏi **A?** Nhấn dấu = máy hỏi tiếp **Solve for X**, ta nhấn tiếp dấu = màn hình xuất hiện:



(***Đây là nghiệm thứ 2 của phương trình*** $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3 = 0.$*)*

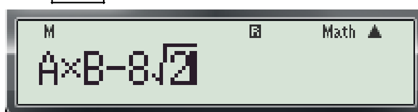
- Nhấn lần lượt các phím SHIFT RCL ○,,, (*lưu nghiệm* **x = 8** *vào biến* **B).** Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:



Bước 2: Thử từng phương án.

+ Thử phương án A, ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn AC ALPHA (–) × ALPHA ○,,, – 8 √2 Khi đó màn hình xuất hiện:



- Nhấn dấu = được kết quả:



Vậy chọn đáp án **A.**

- ***Chú ý:*** *Nếu phương án A không thỏa ta thử tiếp các phương án còn lại để chọn phương án đúng.*

Cách 2:

- **Cơ sở lý thuyết (*theo hướng tự luận*).**

+ *Phân tích:*

- *Ta có:* $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0 \ (*)$

- *Giả sử phương trình (*) có các nghiệm là:* $\left[\begin{array}{l}\log_2 x = t_1\\ \log_2 x = t_2\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x_1 = 2^{t_1}\\ x_2 = 2^{t_2}\end{array}\right. \Rightarrow x_1.x_2 = 2^{t_1+t_2}$

- **Thuật toán bấm máy.**

- *Dùng chức năng* [MODE][5][3] *để giải phương trình:* $2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0$

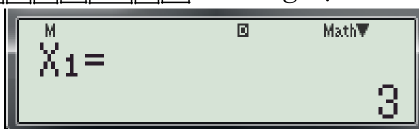
- *Lưu các nghiệm của phương trình (*) vào ô nhớ A, B trên máy tính.*

- *Tính* 2^{A+B} *(là giá trị cần tìm).*

- ***Chi tiết các bước bấm máy.***

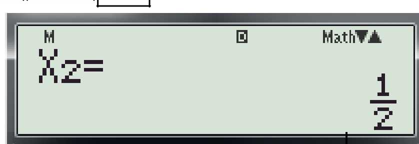
Bước 1: *Giải và lưu các nghiêm phương trình:* $2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0$ *vào ô nhớ thực hiện các thao tác sau:*

- Nhấn liên tiếp các phím [MODE][5][3][2][−7][3][=] *ta có nghiệm thứ nhất:*



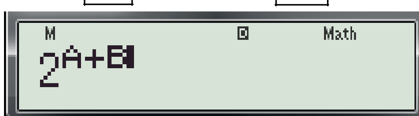
- *Nhấn* [SHIFT][RCL][(−)] *(lưu nghiệm thứ nhất vào ô nhớ A)*

-*Nhấn liên tiếp các phím* [=][SHIFT][RCL][∘,,,] *(lưu nghiệm thứ hai vào ô nhớ B)*

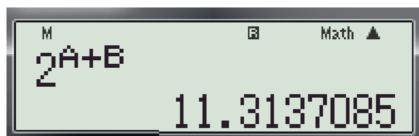


Bước 2: Tính tích các nghiệm của phương trình $2\log_2^2 x - 7\log_2 x + 3 = 0$

- *Nhấnliên tiếp các phím* [2][$x^{\square}$][ALPHA][(−)][+][ALPHA][∘,,,] *(màn hình xuất hiện)*



- *Nhấn* [=] *được kết quả:*



- *Nhấn* [Ans][−][$8\sqrt{2}$] *được kết quả:*



Chọn đáp án A.

❖ **Ví dụ 4:** Tìm tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa $x_1 + x_2 = 3$.

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Bài giải:

❖ **Cơ sở lý thuyết (*theo hướng tự luận*).**

+ *Phân tích:*

- *Ta có:* $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2m.2^x + 2m = 0$ (*)

- *Giả sử phương trình (*) có các nghiệm là*: $t_1; t_2$ ta có:

$$\left[\begin{array}{l} 2^{x_1} = t_1 \\ 2^{x_2} = t_2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \log_2 t_1 \\ x_2 = \log_2 t_2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_2(t_1.t_2) \text{ với } (t_1; t_2 > 0)$$

❖ **Thuật toán bấm máy.**

- *Dùng chức năng* MODE 5 3 *để giải phương trình (*) trong từng trường hợp sau:*
$m = 1$; m = 2; m = 3; m = 4.

- *Nếu (*) vô nghiệm, hoặc nghiệm kép thì loại giá trị m đó.*

- *Nếu (*) có hai nghiệm thì lưu hai nghiệm đó vào ô nhớ A, B trên máy tính*

-*Tính* $\log_2(A.B)$ *(so sánh kết quả với 3).suy ra giá trị cần tìm.*

❖ **Chi tiết các bước bấm máy.**

Bước 1: Giải và lưu các nghiệm phương trình: $2^{2x} - 2m.2^x + 2m = 0$ (*) vào ô nhớ thực hiện các thao tác sau:

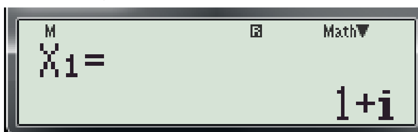
- Nhấn liên tiếp các phím MODE 5 3 màn hình xuất hiện:



Bước 2: Kiểm tra từng phương án**.**

+ Để kiểm tra phương án A với $m = 1. \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 2^{2x} - 2.2^x + 2 = 0$ nên ta nhập các hệ số của phương trình vào như sau:

- Nhấn 1 = −2 = 2 = = Kết quả xuất hiện:



(Phương trình vô nghiệm loại phương án A)

+ Để kiểm tra phương án B với $m = 2$ ta nhập các hệ số của phương trình vào như sau:

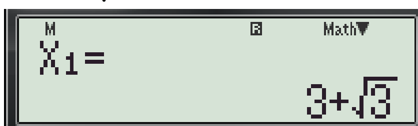
- Nhấn 1 = −4 = 4 = = Kết quả xuất hiện:



(Phương trình có một nghiệm loại phương án B)

+ Để kiểm tra phương án C với $m = 3$. ta nhập các hệ số của phương trình vào như sau:

- Nhấn 1 = −6 = 6 = = Kết quả xuất hiện:



-Nhấn liên tiếp các phím SHIFT RCL (−) (lưu nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{3}$ vào A) và nhấn dấu =

X2= $3-\sqrt{3}$

-Nhấn liên tiếp các phím [=][*SHIFT*][*RCL*][∘,,,] (lưu nghiệm $x_2 = 3-\sqrt{3}$ vào B)

+ Để kiểm tra phương án D với $m=4$. ta nhập các hệ số của phương trình vào như sau:

- Nhấn [1][=][−8][=][8][=][=] Kết quả xuất hiện:

X1= $4+2\sqrt{2}$

-Nhấn liên tiếp các phím [*SHIFT*][*RCL*][*hyp*] (lưu nghiệm $x_1 = 4+2\sqrt{2}$ vào C) và nhấn dấu [=]

X2= $4-2\sqrt{2}$

-Nhấn liên tiếp các phím [=][*SHIFT*][*RCL*][sin] (lưu nghiệm $x_2 = 4-2\sqrt{2}$ vào D)

Bước 3: Tính tổng hai nghiệm của phương trình (*).

+Theo phân tích trên ta có $x_1 + x_2 = \log_2(t_1.t_2)$

+ Để kiểm tra phương án C ta thực hiên các thao tác sau:

- Nhấn liên tiếp các phím [*MODE*][1] (thoát khỏi chế độ giải phương trình).

- Nhập biểu thức: $\log_2(A.B)$ vào màn hình bằng cách bấm các phím

[log][2][▷][*ALPHA*][(−)][*ALPHA*][∘,,,] và nhấn dấu [=] ta được kết quả

log2(AB) 2.584962501

Kết quả khác 3 loại phương án C.

+ Để kiểm tra phương án D ta thực hiên các thao tác sau:

- Nhập biểu thức: $\log_2(\mathrm{C.D})$ vào màn hình bằng cách bấm các phím

[log][2][▷][*ALPHA*][*hyp*][*ALPHA*][sin] và nhấn dấu [=] ta được kết quả

log2(CD) 3

Kết quả bằng 3 vậy chọn đáp án D.

2.3 Dạng 3: Bất phương trình mũ, bất phương trình logarit

-Cũng giống như phương trình mũ, phương trình logarit thì bất phương trình mũ, bất phương trình logarit thường là những câu cơ bản dạng nhận biết, vận dụng thấp. Song tập nghiệm của chúng thường là các khoảng, nửa khoảng hoặc đoạn nên việc sử dụng máy tính để thử thì không thể tìm được đáp án đúng mà chỉ có thể loại trừ được các phương án sai mà thôi. Do vậy giải pháp đưa ra ở đây là dùng phương pháp loại trừ.

- Sử dụng chức năng [CALC] để tính giá trị của biểu thức.

❖ **Ví dụ 1:** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S=(2;+\infty)$ B. $S=(-\infty;2)$ C. $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$ D. $S=(-1;2)$

(Trích Câu 17 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Phân tích:

❖ **Cơ sở lý thuyết:**

- *Điều kiện:* $x > \frac{1}{2}$. $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3 = 0$.

- *Bất phương trình* $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < 0$ (*)

- Tập S là tập nghiệm của (*) $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) < 0, \forall x \in S$.

❖ **Thuật toán:**

- Nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

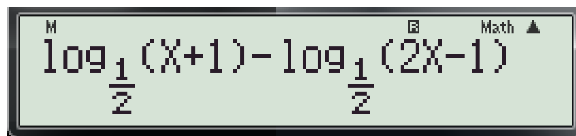
- *Dùng chức năng* CALC *để tính giá trị của biểu thức* $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ tại $x_0 \in S$.

- *Dựa vào giá trị của* $f(x_0)$ *để loại những phương án không thỏa (*)*

+ Các bước bấm máy.

Bước 1: Nhập biểu thức: $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ bằng cách nhấn lần lượt các phím:

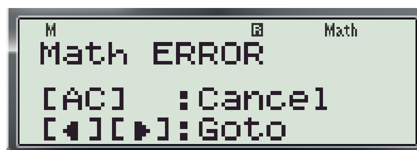
$\log_{\square}\square$ $\frac{\square}{\square}$ 1 ▽ 2 ▷ ▷ ALPHA) + 1 ▷ − $\log_{\square}\square$ $\frac{\square}{\square}$ 1 ▽ 2 ▷ ▷ 2 ALPHA) − 1 **.** Khi đó trên màn hình xuất hiện:



Bước 2: Thử các phương án.

- Nhấn CALC máy hỏi **X?**

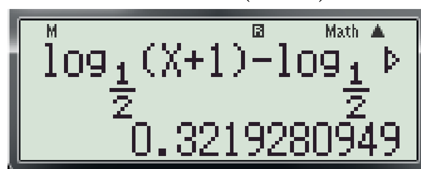
+ Để kiểm tra phương án B và D, ta gán cho biến $x = 0$ (nhập số 0, vì $0 \in (-\infty; 2); 0 \in (-1; 2)$) và nhấn dấu = máy báo lỗi.



Vậy loại B và D.

- Nhấn nút ◁ để quay màn hình ban đầu và tiếp tục nhấn phím CALC máy hỏi **X?**

+ Để kiểm tra phương án A, ta gán cho biến $x = 3$ (vì $3 \in (2; +\infty)$) và nhấn dấu = . Kết quả như sau:



Từ kết quả này loại A.

Vậy chọn C.

❖ **Ví dụ 2:** Nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$

A. $1 < x < 4$. B. $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$. C. $2 < x < 4$. D. $-4 < x < -1$.

Bài giải:

+ Thuật toán:

- Nhập biểu thức: $32.4^x - 18.2^x + 1$

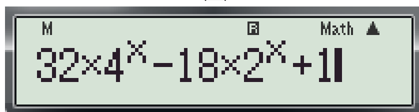
- Dùng chức năng [CALC] *để tính giá trị của biểu thức* $32.4^x - 18.2^x + 1$ tại x_0 *nằm trong các khoảng đã cho ở từng phương án.*

- Nếu giá trị của biểu thức lớn hơn hoặc bằng không thì loại phương án đó.

+ Các bước bấm máy.

Bước 1: Nhập biểu thức: $32.4^x - 18.2^x + 1$ bằng cách nhấn lần lượt các phím:

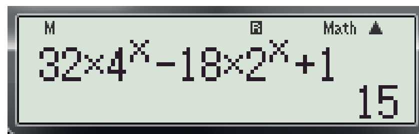
[3][2][×][4][$x^{\square}$][ALPHA][)][▷][−][1][8][×][2][$x^{\square}$][ALPHA][)][▷][+][1]. Khi đó trên màn hình xuất hiện:



Bước 2: Thử các phương án.

- Nhấn [CALC] máy hỏi **X?**

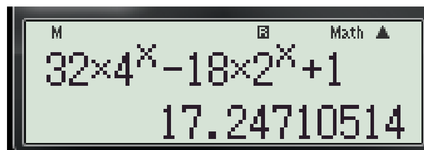
+ Để kiểm tra phương án A và C, ta gán cho biến $x = 0$ (nhập số 0, vì $0 \in (1;4); 0 \in (2;4)$) và nhấn dấu [=] Kết quả như sau:



Kết quả $15 > 0$ nên loại A và C.

- Nhấn tiếp phím [CALC] máy hỏi **X?**

+ Để kiểm tra phương án B, ta gán cho biến $x = \frac{1}{15}$ (vì $\frac{1}{15} \in \left(\frac{1}{16}; \frac{1}{2}\right)$) và nhấn dấu [=]. Kết quả như sau:



Kết quả này vẫn dương nên loại tiếp B.

Vậy chọn D.

❖ **Ví dụ 3:** Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \le 2$ có tập nghiệm là:

A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(0; +\infty)$.

Bài giải:

+ Thuật toán:

- Nhập biểu thức: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) - 2$

- Dùng chức năng [CALC] *để tính giá trị của biểu thức* $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) - 2$ tại x_0 *nằm trong các khoảng đã cho ở từng phương án.*

- Nếu giá trị của biểu thức lớn hơn không thì loại phương án đó.

+ Các bước bấm máy.

Bước 1: Nhập biểu thức: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) - 2$ bằng cách nhấn lần lượt các phím:

[$\log_{\square}\square$][2][▷][2][$x^{\square}$][ALPHA][)][▷][+][1][▷][+][$\log_{\square}\square$][3][▷][4][$x^{\square}$][ALPHA][)][▷][+][2][▷][−][2]. Khi đó trên màn hình xuất hiện:

M Math ▲
log₂(2^X+1)+log₃(4^X+2)−2

Bước 2: Thử các phương án.

- Nhấn $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?**, ta gán cho biến $x = 0$ **(** nhập số 0) và nhấn dấu $\boxed{=}$ Kết quả như sau:

M Math ▲
log₂(2^X+1)+log₃▸
0

Kết quả bằng 0 nên loại A và D.

- Nhấn tiếp phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?**

+ Để kiểm tra phương án B, ta gán cho biến $x = 1$ (vì $1 \in [0; +\infty)$) và nhấn dấu $\boxed{=}$. Kết quả như sau:

M Math ▲
log₂(2^X+1)+log₃▸
1.215892254

Kết quả này dương nên loại tiếp B.

Vậy chọn C.

3. Các bài toán liên quan đến Nguyên hàm, Tích phân và ứng dụng.

3.1 Dạng 1 : Tính nguyên hàm của hàm số.

<u>Bài toán</u>: Cho hàm số y = f(x) liên tục trên K. Tính nguyên hàm của hàm số y = f(x).

1. Cơ sở lý thuyết:

a) Định nghĩa: *Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Hàm số $\mathrm{F}(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathrm{K}$.*

- Với định nghĩa trên thì việc sử dụng máy tính để tìm hàm số $\mathrm{F}(x)$ thỏa $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathrm{K}$ là việc không thể. Nhưng do cấu trúc của dạng câu hỏi trắc nghiệm thì trong bốn phương án đưa ra chỉ có một phương án đúng (đối với dạng câu hỏi tìm phương án đúng) hoặc chỉ có một phương án sai (đối với dạng câu hỏi tìm phương án sai). Như vậy ta có thể sử dụng máy tính để thử và loại trừ các phương án không thỏa yêu cầu bài toán.

b) Giải pháp: Cụ thể với dạng toán này thì cơ sở để tìm ra phương án sai là:

Nếu $\exists x_0 \in K : \mathrm{F}'(x_0) \neq \mathrm{f}(x_0)$ thì $\mathrm{F}(x)$ không phải là nguyên hàm của $f(x)$ trên K

2. Thuật toán bấm máy.

- Dùng chức năng $\dfrac{d}{dx}(\mathrm{F}(x))\Big|_{x=x_0}$ để tính $\mathrm{F}'(x_0)$ với $x_0 \in K$.

- Nếu $\mathrm{F}'(x_0) \neq \mathrm{f}(x_0)$ thì $\mathrm{F}(x)$ không phải là nguyên hàm của $f(x)$ trên K.

❖ **Ví dụ 1:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$ B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$

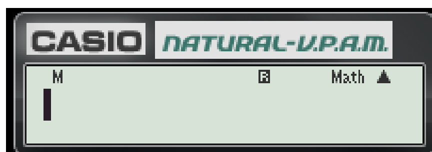
C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$ D. $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$

(Trích Câu 22 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Chọn đơn vị tính **Rađian** bằng cách bấm [SHIFT] [MODE] [4] **.**Khi đó màn hình máy có dạng**:**



Bước 2: Kiểm tra các phương án.

+ Để kiểm tra phương án **A** ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\sin 2X\right)\Big|_{x=X} - \cos 2X$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[SHIFT] [$\int_{\square}^{\square}\square$] [$\frac{\square}{\square}$] [1] [▽] [2] [▷] [sin] [2] [ALPHA] [)] [)] [▷] [ALPHA] [)] [▷] [–] [cos] [2] [ALPHA] [)] [)] .

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\sin(2X)\right)\Big|_{x=X} - \cos(2X)$

- Nhấn phím [CALC] máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu [=] được kết quả:

-2.87×10^{-13}

- Kết quả của phép thử sấp sỉ bằng 0.

+ Để kiểm tra phương án **B** ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{-1}{2}\sin 2X\right)\Big|_{x=X} - \cos 2X$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[SHIFT] [$\int_{\square}^{\square}\square$] [$\frac{\square}{\square}$] [–] [1] [▽] [2] [▷] [sin] [2] [ALPHA] [)] [)] [▷] [ALPHA] [)] [▷] [–] [cos] [2] [ALPHA] [)] [)] .

(***hoặc chỉnh sửa biểu thức đã nhập trước đó***)

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

$\frac{d}{dx}\left(\frac{-1}{2}\sin(2X)\right)\Big|_{x=X} - \cos(2X)$

- Nhấn phím [CALC] máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu [=] được kết quả:

0.8322936731

- Kết quả của phép thử khác 0, vậy loại phương án **B**.

+ Để kiểm tra phương án **C** ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(2\sin 2X\right)\Big|_{x=X} - \cos 2X$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[SHIFT] [$\int_{\square}^{\square}\square$] [$\frac{\square}{\square}$] [2] [sin] [2] [ALPHA] [)] [)] [▷] [ALPHA] [)] [▷] [–] [cos] [2] [ALPHA] [)] [)] .

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu = được kết quả:

- Kết quả của phép thử khác 0, vậy loại phương án **C**.
+ Để kiểm tra phương án **D** ta thực hiện các thao tác sau:
- Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}(-2\sin 2X)\Big|_{x=X} - \cos 2X$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

SHIFT $\int_\square^\square \square$ $\frac{\square}{\square}$ − 2 sin 2 ALPHA)) ▷ ALPHA) ▷ − cos 2 ALPHA)) .

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn phím CALC máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu = được kết quả:

- Kết quả của phép thử khác 0, vậy loại phương án **D**.
+ Thấy trong các phép thử thì phép thử ở phương án A coi như bằng 0 (vì Khi tính giá trị của một biểu thức có nhiều phép toán mà kết quả của các phép tính là những số thập phân máy sẽ làm tròn dẫn đến sai số). Vậy chọn đáp án **A.**

- **Chú ý:**
  - Khi tính đạo hàm của các hàm lượng giác tại một điểm x_0 thì phải chọn đơn vị tính là Rađian.
  - Để không mất thời gian nhập đi, nhập lại các biểu thức trong mỗi lần kiểm tra các phương án thì ta di chuyển con trỏ đến vị cần chỉnh sửa để sửa lại biểu thức cần thử.

❖ **Ví dụ 2:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{-1}{3}\sqrt{2x-1} + C.$ D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C.$

(Trích Câu 23 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Chọn đơn vị tính **Rađian** bằng cách bấm SHIFT MODE 4 .Khi đó màn hình máy có dạng**:**

Bước 2: Kiểm tra các phương án.

+ Để kiểm tra phương án **A** ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập biểu thức $\left.\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}\right)\right|_{x=X}-\sqrt{2x-1}$ vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

[*SHIFT*] [$\int_{\square}^{\square}\square$] [$\frac{\square}{\square}$] [2] [▽] [3] [▷] [(] [2] [*ALPHA*] [)] [−] [1] [)] [$\sqrt{\square}$] [2] [*ALPHA*] [)] [−] [1] [▷] [▷] [*ALPHA*] [)] [▷] [−] .

[$\sqrt{\square}$] [2] [*ALPHA*] [)] [−] [1]

Khi đó trên màn hình máy tính xuất hiện như sau:

- Nhấn phím [*CALC*] máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu [=] được kết quả:

❖ Kết quả của phép thử khác 0. Loại phương án A.

+ Để kiểm tra phương án **B** ta thực hiện các thao tác sau:

- Sửa lại biểu thức trên thành $\left.\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}\right)\right|_{x=X}-\sqrt{2x-1}$ vào màn hình:

- Nhấn phím [*CALC*] máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu [=] được kết quả:

❖ Kết quả của phép thử sấp sỉ bằng 0.

+ Để kiểm tra phương án **C** ta thực hiện các thao tác sau:

- Sửa lại biểu thức trên thành $\left.\frac{d}{dx}\left(\frac{-1}{3}\sqrt{2x-1}\right)\right|_{x=X}-\sqrt{2x-1}$ vào màn hình:

- Nhấn phím [*CALC*] máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu [=] được kết quả:

❖ Kết quả của phép thử khác 0, vậy loại phương án **C**.

+ Để kiểm tra phương án **D** ta thực hiện các thao tác sau:

- Sửa lại biểu thức trên thành $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2x-1}\right)\Big|_{x=X} - \sqrt{2x-1}$ vào màn hình:

- Nhấn phím $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?,** ta gán giá trị cho biến x bằng 1 và nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:

❖ Kết quả của phép thử khác 0, vậy loại phương án **D**.

Vậy chọn đáp án **B.**

3.2 Dạng 2: Tính tích phân.

Bài toán: Tính tích phân $I = \int_a^b f(x)dx.$

1. Cơ sở lý thuyết:

a) Định nghĩa:

Nếu $\mathrm{F}(x)$ *là một nguyên hàm của hàm số* $f(x)$ *thì* $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(\mathrm{b}) - F(\mathrm{a}).$

b) Giải pháp.

- Khác với bài toán tìm nguyên hàm thì bài toán tính tích phân đều có thể giải được bằng máy tính cầm tay.

2. Thuật toán bấm máy.

- Mở chức năng $\int_{\square}^{\square}\square$

- Nhập biểu thức cần tính tích phân $f(x)$

- Nhập cận dưới, trên

❖ **Ví dụ 1:** Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x.\sin x dx.$

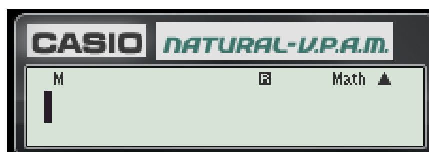
A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4.$ B. $I = -\pi^4.$ C. $I = 0.$ D. $I = -\frac{1}{4}.$

(Trích Câu 25 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Chọn đơn vị tính **Rađian** bằng cách bấm $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{MODE}$ $\boxed{4}$ .Khi đó màn hình máy có dạng**:**



Bước 2: Kiểm tra các phương án.

- Nhập biểu thức $\int_0^{\pi} \cos^3 x.\sin x dx$. vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\int_{\square}^{\square}\square$ | (| cos | ALPHA |) |) |) | $x^{\square}$ | 3 | $\triangleright$ | sin | ALPHA |) |) | $\triangleright$ | 0 | ▽ | SHIFT | $\times 10^x$

Khi đó trên màn hình xuất hiện:

Bước 3: Nhấn dấu = **được kết quả: 0**

Vậy chọn đáp án **C**.

Chú ý:

*- Khi tính tích phân mà biểu thức dưới dấu tích phân có chứa hàm lượng giác thì thì phải chọn đơn vị tính là **Radian**.*

- Để nhập $\cos^3 x$ vào máy ta phải nhập là $(\cos(x))^3$.

❖ **Ví dụ 2:** Tính tích phân $I = \int_1^e x\ln x dx$.

A. $I = \frac{1}{2}$. **B.** $I = \frac{e^2+1}{4}$. C. $I = \frac{e^2-2}{2}$. D. $I = \frac{e^2-1}{4}$.

(Trích Câu 26 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Kiểm tra các phương án.

- Nhập biểu thức $\int_1^e x\ln x dx$. vào màn hình bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\int_{\square}^{\square}\square$ | ALPHA |) | ln | ALPHA |) |) | $\triangleright$ | 1 | ▽ | ALPHA | $\times 10^x$

Khi đó trên màn hình xuất hiện:

Bước 2: Lưu tích phân vào biến A

- Nhấn dấu SHIFT | RCL | (−) màn hình xuất hiện như sau:

Bước 3: Dò đáp án.

+ Để kiểm tra phương án **A** ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn AC | ALPHA | (−) | − | 1 | ▭/▭ | 2 khi đó màn hình xuất hiên:

$A-\frac{1}{2}$

- Nhấn $\boxed{=}$ được kết quả:

$A-\frac{1}{2}$ 1.597264025

Kết quả khác 0, loại **A**

+ Để kiểm tra phương án **B**, ta thực hiện tương tự như trên ta được kết quả:

$A-\frac{e^2+1}{4}$ 0

Kết quả bằng **0**, phương án **B đúng.** Vậy chọn đáp án **B.**

- ***Chú ý:*** *Nếu ở **bước 2** chúng ta nhấn dấu* $\boxed{=}$ *thì máy sẽ cho kết quả dưới dạng số thập phân như sau:*

$\int_1^e X\ln(X)dx$ 2.097264025

- Với kết quả này chúng ta sẽ gặp khó khăn trong việc so sánh và lựa chọn đáp án. Vậy giải pháp đưa ra cho trường hợp này là thực hiện như bước2 và bước 3.

- Nếu phương án B không thỏa thì tiếp tục kiểm tra các phương án còn lại.

➢ ***Tóm lại:*** *Với máy tính cầm tay (MTCT) nói chung và máy tính CASIO nói riêng đều tính được tích phân (không phân biệt mức độ khó hay dễ). Do biết được điều này nên chắc chắn khi ra đề người ta sẽ hạn chế tối đa những câu hỏi mà có thể bấm máy trực tiếp, mà thay vào đó những câu hỏi nhằm hạn chế máy tính. Tinh thần đó được thể hiện rất rõ trong đề thi thử nghiệm lần hai của Bộ Giáo Dục và Đào Tạo. Song hạn chế máy tính không có nghĩa là máy tính không thể giải quyết được, nếu chúng ta nắm vững cơ sơ toán học kết hợp các chức năng của máy tính thì sẽ giải quyết được vấn đề. Sau đây là một vài ví dụ minh họa, các em cùng tìm hiểu nhé…!*

❖ **Ví dụ 3:** Cho tích phân $\int_1^a \frac{x+1}{x}dx = e$. Khi đó giá trị của a là:

A. $2e$. B. e. C. $\frac{e}{2}$. D. $\frac{2}{e-1}$.

Bài giải:

+ Phân tích:

- Giả sử phương án A là đáp án đúng tức là $a=2e$. *Khi đó* $\int_1^{2e}\frac{x+1}{x}dx = e \Leftrightarrow \int_1^{2e}\frac{x+1}{x}dx - e = 0.$

- Từ đó ta có thể sử dụng máy tính để thử từng phương án.

+ Thuật toán bấm máy:

- Nhập biểu thức $\int_1^X \frac{X+1}{X}dx - e.$ *(a được gán bằng biến x)*

- Nhấn $\boxed{CALC}$ *và lấy các giá trị của a trong từng phương án gán cho biến x*

- Nhấn $\boxed{=}$. *Kết quả bằng 0 thì đó là đáp án đúng.*

+ Các bước bấm máy chi tiết.

Bước 1: Nhập biểu thức $\int_1^X \frac{X+1}{X}dx - e.$ vào màn hình bằng cách bằng cách bấm lần lượt các phím sau:

$\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{1}\boxed{\Delta}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{\triangleright}\boxed{ALPHA}\boxed{\times 10^x}$

Khi đó màn hình xuất hiện:

Bước 2: thử các phương án.

+ Thử phương án A. Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?, nhập** $2e$ **và nhấn dấu** $\boxed{=}$ được kết quả:

➢ Kết quả khác 0, loại A.

+ Thử phương án B. Ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhấn $\boxed{CALC}$ máy hỏi **X?, nhập** e **và nhấn dấu** $\boxed{=}$ được kết quả:

➢ Kết quả bằng 0, chọn đáp án B.

Chú ý: Nếu phương án B không thỏa thì thử tiếp các phương án còn lại.

❖ **Ví dụ 4:** Biết tích phân $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx$ được biểu diễn dưới dạng $a\ln 2+b$ trong đó a và b là hai số nguyên. Khi đó giá trị của a là:

A. 7. B. 2. C. 3. D. 1.

Bài giải:

+ Phân tích:

- *Giả sử* $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx = P \Rightarrow P = a\ln 2+b \Leftrightarrow b = P-a\ln 2$ (*)

- *Theo giả thiết* $a;b\in Z \Rightarrow P-a\ln 2\in Z$.

- *Vậy lấy các giá trị của a trong từng phương án thay vào (*)*

+ Thuật toán bấm máy:

- Tính $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx$ *và lưu kết quả vào biến A.*

- *Nhập biểu thức* $A-a\ln 2$.

- *Nhấn* $\boxed{CALC}$ *và lấy các giá trị của a trong từng phương án gán cho biến a.*

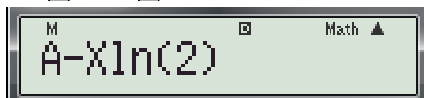
- *Nhấn* $\boxed{=}$. *Kết quả không nguyên thì loại phương án đó.*

+ Các bước bấm máy chi tiết.

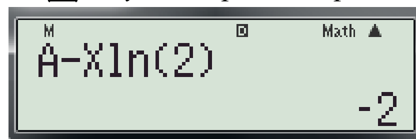
Bước 1: Nhập biểu thức $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx$ và nhấn liên tiếp các phím $\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}\boxed{(-)}$ (để tính và lưu kết quả tích phân vào biến A). Khi đó màn hình xuất hiện:

Bước 2: *Nhập biểu thức* $A-a\ln 2$.

- Nhấn [AC] [ALPHA] [(−)] [−] [ALPHA] [)] [ln] [2] [)]. Khi đó màn hình xuất hiện:

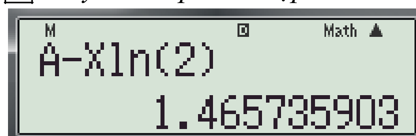


Bước 3: Kiểm tra các phương án.
+ Thử phương án **A**. Ta thực hiện các thao tác sau:
- Nhấn [CALC] máy hỏi **A?** nhấn dấu [=] *máy hỏi tiếp* **X?** *nhập số 7 nhấn dấu* [=] được kết quả:



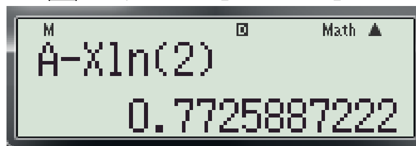
➢ Kết quả -2 suy ra $b = -2 \in \mathbb{Z}$.

+ Thử phương án **B.** Ta thực hiện các thao tác sau:
- Nhấn [CALC] máy hỏi **A?** nhấn dấu [=] *máy hỏi tiếp* **X?** *nhập số 2 nhấn dấu* [=] được kết quả:



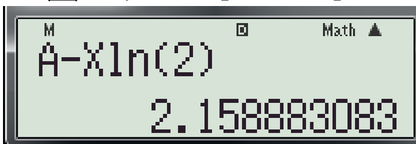
➢ Kết quả không nguuyên, loại **B**.

+ Thử phương án C. Ta thực hiện các thao tác sau:
- Nhấn [CALC] máy hỏi **A?** nhấn dấu [=] *máy hỏi tiếp* **X?** *nhập số 3 nhấn dấu* [=] được kết quả:



➢ Kết quả không nguuyên, loại **C.**

+ Thử phương án **D**. Ta thực hiện các thao tác sau:
- Nhấn [CALC] máy hỏi **A?** nhấn dấu [=] *máy hỏi tiếp* **X?** *nhập số 1 nhấn dấu* [=] được kết quả:



➢ Kết quả không nguuyên, loại **D**. Vậy **chọn đáp án A**.

❖ **Ví dụ 5**: Biết tích phân $\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx$ được biểu diễn dưới dạng $a\ln 3 + b\ln 5$ trong đó a và b là hai số nguyên. Khi đó giá trị của biểu thức $a^2 + \text{ab} + 3\text{b}^2$ là:

A. 4. B. 1. C. 0. D. 5.

Bài giải:

+ Phân tích:

- *Giả sử* $\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx = p \Rightarrow p = a\ln 3 + b\ln 5 \Leftrightarrow e^p = 3^a.5^b$ (*)

- *Từ (*) muốn xác định a và b ta phân tích* e^P *ra thừa số nguyên tố.*

+ Thuật toán bấm máy:

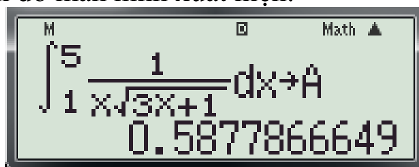
- Tính $\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx$ *và lưu kết quả vào biến A.*

- *Tính* e^A

- *Nhấn* SHIFT FACT *để phân tích* e^A *ra thừa số nguyên tố.*

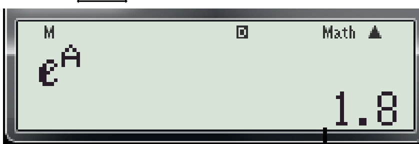
+ **Các bước bấm máy chi tiết.**

Bước 1: Nhập biểu thức $\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx$ và nhấn liên tiếp các phím SHIFT RCL (−) (để tính và lưu kết quả tích phân vào biến A). Khi đó màn hình xuất hiện:



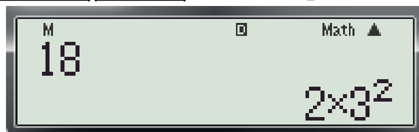
Bước 2: *Tính* e^A và phân tích e^A ra thừa số nguyên tố.

- Nhấn AC ALPHA $\times 10^x$ $x^{\square}$ ALPHA (−) = Khi đó màn hình xuất hiện:



Ta có: $e^A = 1.8 = \frac{18}{10}$ vậy để phân tích 1.8 ra thừa số nguyên tố ta phân tích 18 ra thừa số nguyên tố như sau:

- Nhập số 18 18 và nhấn dấu = SHIFT FACT *được kết quả như sau:*



Từ kết quả trên suy ra $e^A = 1.8 \Leftrightarrow a\ln 3 + b\ln 5 = \frac{18}{10} \Leftrightarrow 3^a.5^b = \frac{2}{10}.3^2 \Leftrightarrow 3^a.5^b = 5^{-1}.3^2 \Rightarrow a = 2; b = -1$

Với $a = 2; b = -1$ ta có $a^2 + \text{ab} + 3\text{b}^2 = 5$ vậy chọn đáp án **D.**

❖ **Ví dụ 6**: Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$, với *a, b, c* là các số nguyên. Tính $S = a+b+c$

A. $S = 6$ B. $S = 2$ C. $S = -2$ D. $S = 0$

(Trích Câu 26 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Phân tích:

- *Giả sử* $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = p \Leftrightarrow p = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5 \Leftrightarrow p = \ln 2^a + \ln 3^b + \ln 5^c \Leftrightarrow e^p = 2^a.3^b.5^c$ (*)

- *Từ (*) muốn xác định a ; b và c ta phân tích* e^P *ra thừa số nguyên tố.*

+ Thuật toán bấm máy:

- *Nhập* $\int_3^4 \frac{1}{x^2+x}dx$ *và nhấn dấu* = *(Máy sẽ tính* $\int_3^4 \frac{1}{x^2+x}dx$ *và lưu kết quả vào ô nhớ* Ans *)*

- *Tính* e^{Ans}

- *Nhấn* SHIFT FACT *để phân tích* e^{Ans} *ra thừa số nguyên tố.*

+ **Các bước bấm máy chi tiết.**

Bước 1: Nhập biểu thức $\int_3^4 \frac{1}{x^2+x}dx$ và dấu =. Được kết quả như sau:

$\int_3^4 \frac{1}{x^2+x}dx$

0.06453852114

(Kết quả này được máy lưu vào ô nhớ $\boxed{Ans}$)

Bước 2: *Tính* e^{Ans} và phân tích e^{Ans} ra thừa số nguyên tố.

- Nhấn $\boxed{ALPHA}\boxed{\times 10^x}\boxed{x^\square}\boxed{Ans}\boxed{=}$. Khi đó màn hình xuất hiện:

e^{Ans}

$\frac{16}{15}$

- Dễ thấy: $e^{Ans} = \frac{16}{15} = \frac{2^4}{3.5} = 2^4.3^{-1}.5^{-1}$ *(Hoặc có thể dùng chức năng* $\boxed{SHIFT}\boxed{FACT}$ *để phân tích 16 và 15 ra thừa số nguyên tố rồi lập tỉ số ta được* $e^{Ans} = 2^4.3^{-1}.5^{-1}$)

- Vậy theo (*) ta có: $2^4.3^{-1}.5^{-1} = 2^a.3^b.5^c \Rightarrow a = 4;\ b = -1;\ c = -1$.

- Với $a = 4; b = -1; c = -1$ ta có $S = a + b + c = 2$. Vậy chọn đáp án **B.**

Thông qua các ví dụ trên ta thấy người ra đề đã cố tình ra dạng câu hỏi nhằm khống chế máy khiến chúng ta không thể bấm máy một cách trực tiếp. Nhưng nếu các em nắm vững kiến thức cơ bản của toán học và một số chức năng cơ bản của máy tính thì sẽ giải quyết được dạng toán này trong vòng vài chục giây. Ngược lại nếu không sử dụng máy tính (kể cả đối với học sinh khá giỏi) cũng phải mất ít nhất năm phút mới có thể giải được dạng toán này.

3.3 Dạng 3: Ứng dụng tích phân trong hình học.

Bài toán 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành.

+ Cơ sở lý thuyết:

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ *liên tục, trục hoành các đường thẳng* $x = a; x = b$ $(a < b)$ *được tính theo công thức:*

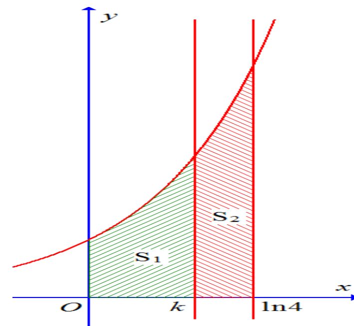
$$\boxed{S = \int_a^b |f(x)|\,dx}$$

+ Giải pháp:

- *Xác định các yếu tố cần thiết như: công thức* $f(x)$ *các đường thẳng* $x = a; x = b$ *(cận dưới, cận trên)*

- *Sử dụng chức năng tính tích phân* $\boxed{\int_\square^\square \square}$ *có sẵn trong máy tính để tính.*

❖ **Ví dụ 1:** Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k\,(0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 S_2 và như hình vẽ bên. Tìm $x = k$ để $S_1 = 2S_2$.



A. $k = \frac{2}{3}\ln 4$ B. $k = \ln 2$

C. $k = \ln\frac{8}{3}$ D. $k = \ln 3$

(Trích Câu 27 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Phân tích:

- Có $S_1 = \int_0^k e^x dx;\ S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx.\ \left(vì\ e^x > 0, \forall x \in [0; \ln 4]\right)$

- Để $S_1 = 2S_2 \Leftrightarrow \int_0^k e^x dx - 2\int_k^{\ln 4} e^x dx = 0.$ (*)

- Vậy để tìm k ta dùng phép thử thay k ở các phương án vào (*) giá trị nào thỏa mãn thì đó là phương án đúng.

+ Các bước bấm máy.

Bước 1: Nhập $\int_0^k e^x dx - 2\int_k^{\ln 4} e^x dx$ lên màn hình máy tính (Với k được thay thế bởi biến x)

$\int_0^x e^x dx - 2\int_x^{\ln(4)} e^x dx$

Bước 2: Kiểm tra từng phương án.

+ Nhấn phím $\boxed{CALC}$ *máy hỏi X?*

-Để thử phương án A ta nhập $\frac{2}{3}\ln 4$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ *ta được kết quả*

-1.440473701

- Kết quả khác 0 nên loại phương án A.

+ Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ *máy hỏi X?*

- Để thử phương án B ta nhập $\ln 2$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ *ta được kết quả*

-3

- Kết quả khác 0 nên loại phương án B.

+ Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ *máy hỏi X?*

- Để thử phương án C ta nhập $\ln\frac{8}{3}$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ *ta được kết quả*

-1

- Kết quả khác 0 nên loại phương án C.

+ Tiếp tục nhấn phím $\boxed{CALC}$ *máy hỏi X?*

- Để thử phương án C ta nhập $\ln 3$ và nhấn dấu $\boxed{=}$ *ta được kết quả*

0

- Kết quả bằng 0 nên chọn đáp án D.

Bài toán 2: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong.

+ Cơ sở lý thuyết:

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ *và* $y = g(x)$*, các đường thẳng* $x = a; x = b$ *(* $f(x)$ *và* $g(x)$ *liên tục trên đoạn* $[a; b]$*) được tính theo công thức:*

$$S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx$$

+ Giải pháp:

- Xác định các yếu tố cần thiết như: công thức $f(x); g(x)$ *các đường thẳng* $x = a; x = b$ *(cận dưới, cận trên)*

- Sử dụng chức năng tính tích phân $\boxed{\int_{\square}^{\square}\square}$ *có sẵn trong máy tính để tính.*

❖ **Ví dụ 2:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{81}{12}$. D. 13.

(Trích Câu 27 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

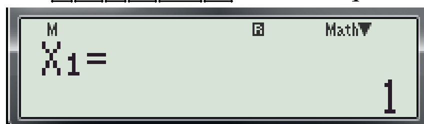
Bài giải:

+ Biến đổi phương trình: $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0$. (bằng tay)

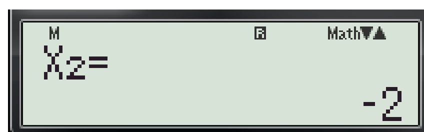
+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Tìm cận trên, cận dưới (Giải phương trình: $x^3 + x^2 - 2x = 0$)

- Bấm [MODE][5][4] *, Nhập các hệ số* [1][=][1][=][–2][=] *được kết quả:*



- Nhấn tiếp dấu [=] *được kết quả:*



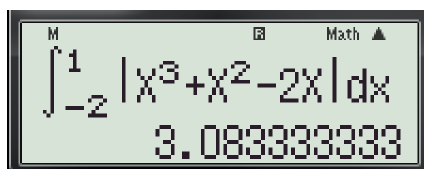
- Vậy cận dưới: $x = -2$; ***cận trên:*** $x = 1$.

Bước 2: Tính diện tích hình phẳng.

-Nhấn [MODE][1] (thoát khỏi chế độ giải phương trình)

- Nhập biểu thức: $\int_{-2}^{1} \left| x^3 + x^2 - 2x \right| dx$ vào màn hình bằng cách bấm các phím sau:

[$\int_{\square}^{\square}\square$][SHIFT][hyp][ALPHA][)][$x^{\square}$][3][▷][+][ALPHA][)][$x^2$][–][2][ALPHA][)][▷][▷][–2][Δ][1][=] *được kết quả:*



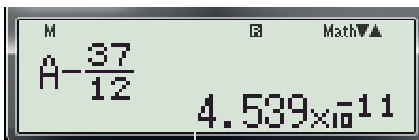
- Kết quả là một số thập phân thật khó để đối chiếu với các phương án đúng không? Để giải quyết vấn đề này ta cần xử lý thêm một bước nữa như sau: Lưu kết quả trên màn hình vào ô nhớ A, rồi gọi A thực hiện phép tính A-a (với a là giá tri đã cho trong từng phương án). Nếu hiệu bằng 0 (hoặc sấp sỉ bằng 0) đó là phương án đúng. Các thao tác cụ thể như sau:

Bước 3: Chính xác hóa kết quả.

- Nhấn $\boxed{SHIFT}\boxed{STO}\boxed{(-)}$ Khi đó màn hình xuất hiện:



- Nhấn $\boxed{ALPHA}\boxed{(-)}\boxed{-}\boxed{\frac{37}{12}}\boxed{=}$ được kết quả:



- Kết quả này sát với 0 nhất (Các em thử tiếp cho các trường hợp để thấy được điều này)
Vậy chọn đáp án ***A.***

Chú ý: *Ta có thể so sánh kết quả với các phương án bằng cách sử dụng máy tính thứ 2 để đổi các phân số ra số thập phân. Như vậy khi đi thi nếu như có điều kiện chúng ta có thể mang 2 máy vào phòng thi (vì điều này không cấm), điều này rất có lợi.*

Bài toán 3: Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, *trục hoành và hai đường thẳng* $x = a; x = b\,(a < b)$ *quanh trục* Ox. .

+ Cơ sở lý thuyết:

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b\,(a < b)$ quanh trục Ox, được tính bởi công thức.

$$\boxed{S = \pi\int_a^b f^2(x)dx}$$

+ Giải pháp:

- Xác định các yếu tố cần thiết như: công thức $f(x)$ các đường thẳng $x = a; x = b$ (cận dưới, cận trên)

- Sử dụng chức năng tính tích phân $\boxed{\int_\square^\square \square}$ có sẵn trong máy tính để tính.

❖ **Ví dụ 3:** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành . Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e.$ B. $V = (4-2e)\pi.$ C. $V = e^2 - 5.$ D. $V = (e^2-5)\pi.$

(Trích Câu 28 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Tìm cận trên, cận dưới (Giải phương trình: $2(x-1)e^x = 0$)

- *Nhập biểu thức:* $2(x-1)e^x$ lên màn hình (*chi tiết nhập các em tự bấm*)

- Bấm $\boxed{SHIFT}\boxed{SOLVE}$ *,máy hỏi **Solve X,** nhập số **1** (gán giá trị cho biến X bằng 1) và nhấn dấu* $\boxed{=}$ *được kết quả:*

- Suy ra đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$ cắt trục hoành tại điểm $x = 1$, đồng thời hình phẳng giới hạn bởi trục tung ($x = 0$). Vậy cận dưới: $x = 0$; cận trên: $x = 1$.

Bước 2: Tính diện tích hình phẳng.

-Nhấn MODE 1 (thoát khỏi chế độ giải phương trình)

- Nhập biểu thức: $\pi\int_0^1 \left(2(x-1)e^x\right)^2 dx$ vào màn hình bằng cách bấm các phím sau:

SHIFT $\times 10^x$ $\int_\square^\square \square$ (2 (ALPHA) − 1) ALPHA $\times 10^x$ $x^\square$ ALPHA) ▷) x^2 ▷ 0 Δ 1

Màn hình xuất hiện:

- *Nhấn dấu* = *được kết quả:*

Bước 3: Chính xác hóa kết quả.

- Nhấn SHIFT STO (−) (để lưu kết quả trên vào ô nhớ A)

- Nhấn ALPHA (−) (gọi A) và trừ từng giá trị đã cho trong các phương án ta thấy phương án D cho kết quả bằng 0:

Vậy chọn đáp án **D.**

4. Các bài toán về số phức

4.1 Dạng1 : Thực hiện phép tính.

- *Để làm việc với số phức trước tiên ta phải vô môi trường số phức bằng cách bấm* MODE 2 *khi trên màn hình xuất hiện* **CMPLX**. *(Như hình bên dưới)*

- Để nhập đơn vị ảo (i) ta bấm: **ENG**

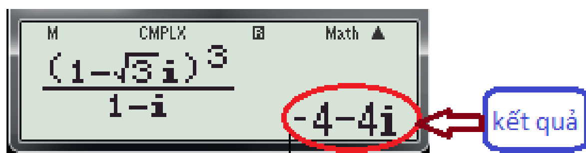
❖ **Ví dụ:** Biểu thức $Z = \dfrac{\left(1-\sqrt{3}.i\right)^3}{1-i}$ bằng:

A. $-4-4i$ B. $-4+4i$ C. $4+4i$ D. $4-4i$

Bài giải:

- Để tính biểu thức trên ta thực hiện bấm liên tiếp các phím sau:

MODE 2 $\frac{\square}{\square}$ (1 − √□ 3 ▷ ENG) $x^{\square}$ 3 ▽ 1 − ENG = được kết quả như sau:



Vậy chọn đáp án **A.**

4.2 Dạng 2 : Tìm liên hợp của số phức.

+ Để tìm liên hợp của số phức Z ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập số phức Z

- Nhấn các phím = SHIFT 2 2 Ans) =

❖ **Ví dụ 1:** Liên hợp của số phức: $Z = i(3i+1)$ là:

A. $\overline{Z} = 3 - i$ **B.** $\overline{Z} = -3 + i$ **C.** $\overline{Z} = 3 + i$ **D.** $\overline{Z} = -3 - i$

(Trích Câu 30 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

Bước 1: *Nhập và lưu số phức* $Z = i(3i+1)$.

- Nhấn các phím: ENG (3 ENG + 1) = khi đó màn hình xuất hiện



(ở bước này bạn nào nhớ công thức tìm số phức liên hợp thì suy ra ngay kết quả là: $\overline{Z} = -3 - i$ *)*

Bước 2: *Tìm liên hợp của số phức* $-3+i$

- Nhấn liên tiếp các phím SHIFT 2 2 Ans) = *ta được kết quả:*



Vậy kết quả là $\overline{Z} = -3 - i$. *Chọn đáp án* **B**.

❖ **Ví dụ 2:** Tìm số phức Z biết rằng $\frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{1-2i} - \frac{1}{(1+2i)^2}$

A. $Z = \frac{10}{13} + \frac{35}{26}i$ **B.** $Z = -\frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$ **C.** $Z = \frac{8}{25} + \frac{14}{25}i$ **D.** $Z = \frac{10}{13} - \frac{14}{25}i$

Bài giải:

+ Phân tích:

- Để tìm Z ta rút $\overline{Z}$ ***từ phương trình đã cho được*** $\overline{Z} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{1-2i} - \dfrac{1}{(1+2i)^2}}$

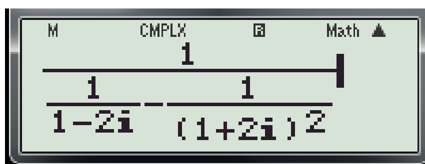
- Nhập $\overline{Z}$ ***vào máy tính và tính*** $\overline{\overline{Z}}$ ***(vì*** $\overline{\overline{Z}} = Z$ ***).***

+ Các bước bấm máy.

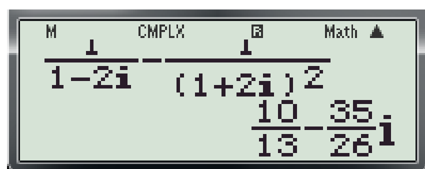
Bước 1: Nhấn MODE 2

Bước 2: *Nhập và lưu số phức* $\overline{Z} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{1-2i} - \dfrac{1}{(1+2i)^2}}$.

- Nhấn các phím: $\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{1}\boxed{\nabla}\boxed{1}\boxed{-}\boxed{2}\boxed{\text{ENG}}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{(}\boxed{1}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{\text{ENG}}\boxed{)}\boxed{x^2}$ khi đó màn hình xuất hiện



- *Nhấn dấu* $\boxed{=}$ *được kết quả:*



- *Từ kết quả trên suy ra* $\overline{Z} = \dfrac{10}{13} - \dfrac{35}{26}i \Rightarrow Z = \overline{\overline{Z}} = \dfrac{10}{13} + \dfrac{35}{26}i$

Vậy chọn đáp án **A.**

4.3 Dạng 3: Tìm Mô-đun của số phức.

+ Để tìm liên hợp của số phức Z ta bấm ta thực theo hai cách sau:

- ***Cách 1:***

- Nhập số phức Z.

- Nhấn các phím: $\boxed{=}\boxed{SHIFT}\boxed{hyp}\boxed{Ans}\boxed{=}$. *Kết quả xuất hiện trên màn hình là giá trị cần tìm.*

- ***Cách 2:***

- Nhấn các phím: $\boxed{SHIFT}\boxed{hyp}$

- Nhập số phức Z và nhấn dấu $\boxed{=}$. *Kết quả xuất hiện trên màn hình là giá trị cần tìm.*

❖ **Ví dụ 1:** Mô-đun của số phức: $Z = \dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} - 4 + 3i$ là:

A. $|Z| = \sqrt{21}$ **B.** $|Z| = \sqrt{23}$ **C.** $|Z| = \sqrt{26}$ **D.** $|Z| = \sqrt{27}$

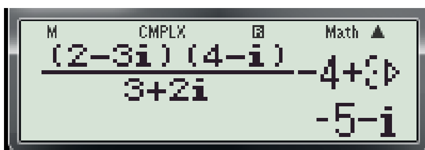
Bài giải:

+ Các bước bấm máy.

Bước 1: Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$

Bước 2: *Nhập và lưu số phức* $Z = \dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} - 4 + 3i$.

- Nhấn các phím: $\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{(}\boxed{2}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{\text{ENG}}\boxed{)}\boxed{(}\boxed{4}\boxed{-}\boxed{\text{ENG}}\boxed{)}\boxed{\nabla}\boxed{3}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{\text{ENG}}\boxed{\triangleright}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{+}\boxed{3}\boxed{\text{ENG}}\boxed{=}$.Khi đó kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Bước 3: *Tính môđun.*

- Nhấn các phím SHIFT hyp Ans = *được kết quả:*



Vậy chọn đáp án **C.**

❖ ***Ví dụ 2:*** Tính mô-đun của số phức Z thỏa: $Z(2-i)+13i=1$ là:

A. $|Z|=\sqrt{34}$ B. $|Z|=34$ C. $|Z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$ D. $|Z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$

(Trích Câu 31 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy.

Bước 1: Nhấn MODE 2

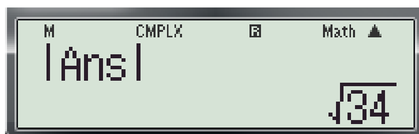
Bước 2: *Nhập và lưu số phức* $Z=\dfrac{1-13i}{2-i}$.

- Nhấn các phím: $\frac{\square}{\square}$ 1 − 13 ENG ▽ 2 − ENG .Khi đó kết quả xuất hiện trên màn hình như sau:



Bước 3: *Tính môđun.*

- Nhấn các phím SHIFT hyp Ans = *được kết quả:*



Vậy chọn đáp án **A.**

❖ ***Ví dụ 3:*** Tính mô-đun của số phức Z thỏa: $Z(2-i)+13i=1$ là:

A. $|Z|=\sqrt{34}$ B. $|Z|=34$ C. $|Z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$ D. $|Z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$

(Trích Câu 31 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

4.4 Dạng 4: Tìm căn bậc hai của số phức.

+ Để tìm một căn bậc của số phức Z ta thực hiện các thao tác sau:

- Nhập số phức Z và nhấn dấu = (*khi đó Z được lưu trong ô nhớ* Ans)

-Nhấn các phím:



Chú ý: *Với cách trên chỉ tìm được một căn bậc hai của Z, muốn tìm căn bậc hai còn lại ta lấy -1 nhân với căn bậc 2 tìm vừa tìm được.*

❖ **Ví dụ 1:** Trên tập số phức, căn bậc hai của -2 là:

A. Không tồn tại. B. $\pm i\sqrt{2}$ C. $\pm\sqrt{2i}$ D. $\pm i\sqrt{-2}$

Bài giải:

- ***Tự luận:*** Áp dụng công thức thì căn bậc hai của là: $\pm i\sqrt{|-2|} = \pm i\sqrt{2}$. chọn đáp án **B**.

- ***Các bước bấm máy:***

Bước 1: Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$, nhập số -2 và nhấn dấu $\boxed{=}$.

Bước 2: Nhấn lần lượt các phím:

$\boxed{\sqrt{\square}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{hyp}\boxed{Ans}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{2}\boxed{1}\boxed{Ans}\boxed{)}\boxed{\nabla}\boxed{2}\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện như sau:



Kết quả: $i\sqrt{2}$ là căn bậc hai thứ nhất suy ra cặn bậc hai thứ hai là: $-i\sqrt{2}$. Vậy chọn đáp án **B**.

❖ **Ví dụ 2:** Một căn bậc hai của số phức $z = -3 - 4i$ là:

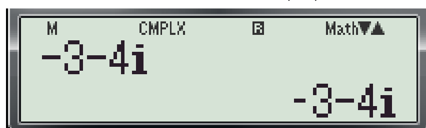
A. $1 + 2i$. B. $\sqrt{-3 - 4i}$. C. $-\sqrt{-3 - 4i}$. D. $1 - 2i$.

Bài giải:

- Nếu giải theo hướng tự luận thì rất dài mất thời gian:

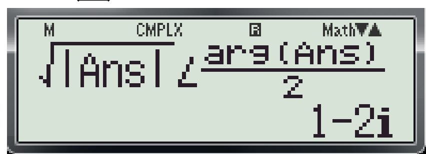
- ***Các bước bấm máy:***

Bước 1: Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$, nhập số $-3 - 4i$ và nhấn dấu $\boxed{=}$.Màn hình xuất hiện như sau:



Bước 2: Nhấn lần lượt các phím:

$\boxed{\sqrt{\square}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{hyp}\boxed{Ans}\boxed{\triangleright}\boxed{\triangleright}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{(-)}\boxed{\frac{\square}{\square}}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{2}\boxed{1}\boxed{Ans}\boxed{)}\boxed{\nabla}\boxed{2}\boxed{=}$. Kết quả xuất hiện như sau:



Vậy chọn đáp án **D.**

4.5 Dạng 5: Giải phương trình bậc hai.

+ ***Trường hợp 1:*** Phương trình bậc hai với hệ số thực: $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R})$

Trong trường hợp này chúng ta thực hiện giải phương trình bậc 2 theo cách thông thường mà các em đã biết đó là:

- Bấm $\boxed{MODE}\boxed{5}\boxed{3}$

- Nhập các hệ số a, b, c và nhấn dấu $\boxed{=}$, đọc kết quả trên màn hình.

+ ***Trường hợp 2:*** Phương trình bậc hai với hệ số phức (chứa i): $AZ^2 + BZ + C = 0$

- Bấm $\boxed{MODE}\boxed{2}$

- Nhập biểu thức $AZ^2 + BZ + C$ (ẩn Z được thay bởi ẩn X) bằng cách bấm các phím sau:

- Nhấn $\boxed{\textbf{CALC}}$ và thử lần lượt là các đáp án cho sẵn, nếu đáp án nào cho kết quả bằng 0 thì ta nhận đáp án đó.

❖ **Ví dụ:** Phương trình $Z^2 - 8(1 - i)Z + 63 - 16i = 0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} Z_1 = 5-12i \\ Z_2 = 3+4i \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} Z_1 = 5-12i \\ Z_2 = 3-4i \end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l} Z_1 = 5-12i \\ Z_2 = -3-4i \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} Z_1 = -5+12i \\ Z_2 = 3+4i \end{array}\right.$

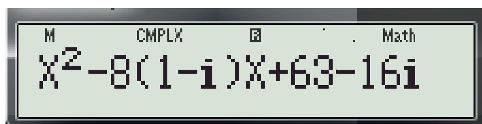
Bài giải:

- ***Các bước bấm máy:***

Bước 1: Nhập biểu thức: $Z^2 - 8(1-i)Z + 63 - 16i$

- Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$.

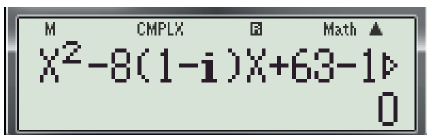
- Nhấn các phím: $\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{x^2}\boxed{-}\boxed{8}\boxed{(}\boxed{1}\boxed{-}\boxed{ENG}\boxed{)}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{6}\boxed{3}\boxed{-}\boxed{1}\boxed{6}\boxed{ENG}$ .Màn hình xuất hiện:



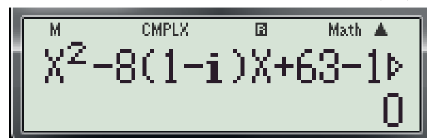
Bước 2: Kiểm tra các phương án

+ Kiểm tra phương án A.

- Nhấn $\boxed{CALC}$. Máy hỏi X? Ta nhập $5-12i$ và nhấn dấu $\boxed{=}$. kết quả bằng **0**



- Tiếp tục nhấn $\boxed{CALC}$. Máy hỏi X? Ta nhập $3+4i$ và nhấn dấu $\boxed{=}$. kết quả bằng **0**



Vậy chọn đáp án **A.**

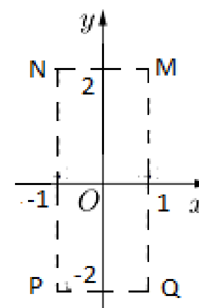
- ***Chú ý :*** *Nếu phương án A không thỏa thì chúng ta thử tiếp các phương án còn lại như trên.*

4.6 Dạng 6: Biểu diễn hình học của số phức.

- Trong mặt phẳng Oxy số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$

❖ **Ví dụ 1:** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

A. Điểm P B. Điểm Q. C. Điểm M. D. Điểm N.



(Trích Câu 32 Đề thi thử nghiệm lần 1 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ Các bước bấm máy:

Bước 1: Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$ *(Vô môi trường số phức)*

Bước 2: Tính $z = \dfrac{3-i}{1+i}$

- Nhập biểu thức $\dfrac{3-i}{1+i}$ và nhấn dấu $\boxed{=}$, được kết quả:



- Suy ra $z = 1 - 2i$. Vậy điểm biểu diễn của z là điểm Q, chọn đáp án **A.**

❖ **Ví dụ 2:** Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. B. $M_2\left(\frac{-1}{2};2\right)$. C. $M_3\left(\frac{-1}{4};1\right)$. D. $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$.

(Trích Câu 32 Đề thi thử nghiệm lần 2 của Bộ GD và ĐT)

Bài giải:

+ *Các bước bấm máy:*

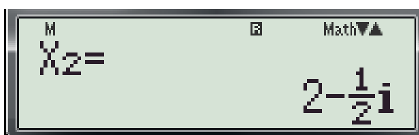
Bước 1: Giải phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$.

- Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{5}\boxed{3}$

- Nhập các hệ số nhấn các phím: $\boxed{4}\boxed{=}\boxed{-16}\boxed{=}\boxed{17}\boxed{=}\boxed{=}$ được kết quả:



- Nhấn tiếp dấu $\boxed{=}$ được kết quả:



- Nhận nghiệm $z = 2 + \frac{1}{2}i$ *(vì có phần ảo* $b = \frac{1}{2} > 0$ **)**

Bước 2: Tính $w = iz_0$.

- Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$ ***(Vô môi trường số phức)***

- Nhập biểu thức $\left(2 + \frac{1}{2}i\right)i$ và nhấn dấu $\boxed{=}$, được kết quả:



- Suy ra $w = \frac{-1}{2} + 2i$. Vậy điểm biểu diễn của w là điểm $M_2\left(\frac{-1}{2};2\right)$, chọn đáp án **B.**

❖ **Ví dụ 3:** Tập biểu diễn của số phức z thỏa $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là:

A. $y = -x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = x + 1$.

Bài giải:

+ Phân tích:

- *Các phương án đưa ra là những phương trình đường thẳng, mà một đường thẳng hoàn toàn được xác định khi biết hai điểm phân biệt mà nó đi qua.* $M_2\left(\frac{-1}{2};2\right)$

- *Giả sử số phức* z được biểu diễn bởi điểm $M\left(x_M;y_M\right)\in d: y=ax+b \Leftrightarrow y_M=ax_M+b$. Khi đó $z=x_M+y_Mi$, mà z thỏa $|z+2+i|=|\bar{z}-3i| \Leftrightarrow |x_M+y_Mi+2+i|=|x_M-y_Mi-3i|$

- Vậy lấy hai điểm phân biệt nằm trên d và thế tọa độ của hai điểm đó vào phương trình $|x+yi+2+i|=|x-yi-3i|$ nếu thỏa thì d là đường thẳng cần tìm. Từ đó ta có thuật toán bấm máy như sau:

+ Thuật toán bấm máy:

- Đặt $Z=X+Yi$
- Nhập: $|X+Yi+2+i|-|X-Yi-3i|$
- Chọn 2 điểm $M\left(x_M;y_M\right)\in d; N\left(x_N;y_N\right)\in d$
- Bấm: $\boxed{CALC}$ nhập $x_M;y_M$ nhấn $\boxed{=}$ kiểm tra kết quả.
- Bấm: $\boxed{CALC}$ nhập $x_N;y_N$ nhấn $\boxed{=}$ kiểm tra kết quả.

+ Các bước bấm máy chi tiết:

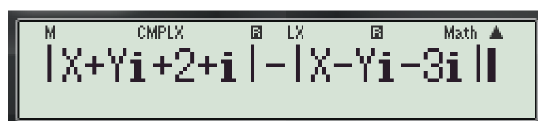
Bước 1: Nhấn $\boxed{MODE}\boxed{2}$ ***(*** *Vô môi trường số phức****)***

Bước 2: *Nhập biểu thức:* $|X+Yi+2+i|-|X-Yi-3i|$ *bằngcách nhấn các phím sau:*

$\boxed{SHIFT}\boxed{hyp}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{+}\boxed{ALPHA}\boxed{S\Leftrightarrow D}\boxed{ENG}\boxed{+}\boxed{2}\boxed{+}\boxed{ENG}\boxed{\triangleright}\boxed{-}$

$\boxed{SHIFT}\boxed{hyp}\boxed{ALPHA}\boxed{)}\boxed{-}\boxed{ALPHA}\boxed{S\Leftrightarrow D}\boxed{ENG}\boxed{-}\boxed{3}\boxed{ENG}$

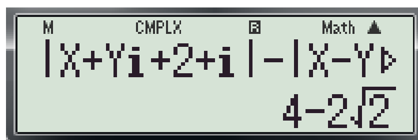
màn hình xuất hiện:



Bước 2: Kiểm tra các phương án.

+ Kiểm tra phương án A (*Chọn cặp* $X=2;Y=-1$)

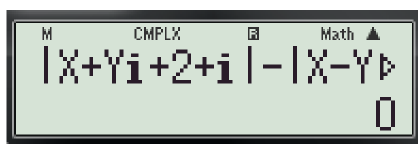
- Nhấn $\boxed{CALC}$ máy hỏi ***X?*** Nhập số 2, nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi ***Y?*** nhập số -1, nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:



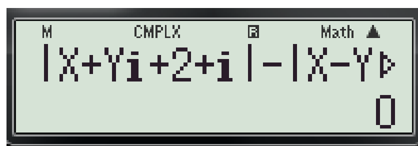
- Kết quả khác 0 loại phương án **A**.

+ Kiểm tra phương án B (*Chọn cặp* $X=2;Y=1$ và cặp $X=-1;Y=-2$)

- Nhấn $\boxed{CALC}$ máy hỏi ***X?*** Nhập số 2, nhấn dấu $\boxed{=}$ máy hỏi ***Y?*** nhập số 1, nhấn dấu $\boxed{=}$ được kết quả:



- Nhấn tiếp CALC máy hỏi ***X?*** Nhập số -1, nhấn dấu = máy hỏi ***Y?*** nhập số -2, nhấn dấu = được kết quả:



- Kết quả 0 vậy chọn đáp án **B.**

PHẦN C. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

I. KẾT LUẬN.

- Với các chức năng có sẵn của máy tính cầm tay nói chung và máy tính CASIO nói riêng thì có thể giải được hầu hết những dạng toán cơ bản. Đồng nếu biết kết hợp với kiến thức toán học chúng ta có thể xây dựng thuật toán và áp dụng những chức năng của máy tính để giải những dạng toán nâng cao.

- Khác với cấu trúc đề thi tự luận, đề thi dạng trắc nghiệm có số lượng câu hỏi hiều hơn (50 câu), nội dung kiến thức trải đều trong chương trình. Như vây muốn làm tốt bài thi đòi hỏi thí sinh phải nắm vững nội dung kiến thức, có các khả năng phân tích, tổng hợp tư duy lôgic, khả năng phán đoán nhạy bén, kỹ năng tính toán nhanh lẹ thì mới có thể hoàn thành một câu hỏi trong vòng khoảng 1.8 phút. Tuy nhiên không phải học sinh nào cũng hội tụ đầy đủ những phẩm chất trên, đặc biệt đối với những học sinh có học lực trung bình trở xuống thì khả năng vận dụng kiến thức và kỹ năng tính toán còn hạn chế thì giải pháp lựa chọn của các em là sử dụng máy tính cầm tay. Nếu biết sử dụng thành thạo máy tính sẽ tiết kiệm được thời gian làm bài, giúp học sinh tự tin hơn trong việc lựa chọn đáp án vì tính toán bằng máy cho kết quả chính xác hơn nhiều so với tính toán bằng tay, hơn nũa có thể giải quyết tình trạng quá tải trong quá trình học và ôn thi của học sinh vì thực chất trong máy tính đã có sẵn những công thức, những chức năng có thể giải quyết được một số dạng toán. Cũng vì lý do này mà một số giáo viên dạy toán không đồng tình vì cho rằng việc sử dụng máy tính cầm tay sẽ làm mất đi khả năng tính toán cơ bản, ảnh hưởng đến khả năng tư duy, kỹ năng giải toán của học sinh, đồng cũng làm mất đi vẻ đẹp tự nhiên vố có của toán học. Về cơ bản tôi cũng đồng tình như vậy, nhưng với thực trạng hiện nay với hình thức thi trắc nghiệm thì chúng ta tạm gác vấn đề đó qua một bên để tìm ra giải pháp hữu hiệu.

- Việc hướng dẫn học sinh sử dụng thành thạo máy tính cầm tay là rất cần thiết. Với chức năng và những công cụ tính toán của máy tính sẽ giúp học sinh đẩy nhanh tốc độ làm bài, tăng cường tính chính xác. Đồng thời hỗ trợ đắc lực cho việc tiếp cận và truyền đạt các kiến thức lý thuyết, giảng dạy lý thuyết gắn với thực hành tính toán, sẽ giúp học sinh không chỉ tiếp thu tốt các kiến thức khoa học một cách bản chất, sâu sắc mà còn tiếp cận tốt hơn với các phương pháp giảng dạy và công cụ tính toán hiện đại. Các thuật toán và các quy trình thao tác trên MTCT có thể coi là bước tập dược ban đầu để học sinh dần quen với việc áp dụng và khai thác hiệu quả thành tựu của công nghệ thông tin, của khoa học hiện đại vào công việc và cuộc sống.

- Trong khuôn khổ của đề tài này tôi mới chỉ đề cập đến một vấn đề khá nhỏ: Dùng máy tính cầm tay để giải một số dạng toán trắc nghiệm 12 mà chỉ mới tập trung vào phần Giải tích, lượng bài toán đưa ra chưa được nhiều, chưa phong phú.

- Dù đã cố gắng rất nhiều nhưng trong thời gian gắn với sự tìm tòi chưa đủ nhiều nên rất khó tránh khỏi thiếu sót, rất mong sự đóng góp ý kiến của giáo viên trong tổ bộ môn và của đồng nghiệp.

Tôi xin chân thành cảm ơn BGH nhà trường, các giáo viên bộ môn Toán đã giúp đỡ tôi hoàn thành đề tài này.

II. KIẾN NGHỊ

1. Đối với Ban giám hiệu:

Tạo điều kiện và sắp xếp thời gian để cho tôi cũng như giáo viên bộ môn trong tổ triển khai đề tài đến tất cả học sinh trong khối 12.

2. Đối với Sở giáo dục và Đào tạo:

Mở thêm các lớp tập huấn bồi dưỡng sử dụng máy tính CASIO cho tất cả giáo viên bộ môn Toán , tạo điều kiện cho giáo viên có cơ hội trao đổi và học hỏi kinh nghiệm lẫn nhau.

Người viết

Nguyễn Văn Kỷ

D. MỤC LỤC

Ý KIẾN NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM TRƯỜNG THPT TÂY SƠN.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Xác nhận của hội đồng SKKN trường THPT TÂY SƠN